

Úloha VI.2 ... generační hrozba

3 body; (chybí statistiky)

Představte si, že by existovala kometa, která by ohrožovala Zemi jednou za generaci, přičemž by v tomto okamžiku byla ve svém perihelu. V jaké vzdálenosti od Země bude taková kometa v afelu a jaká bude délka hlavní poloosy a relativní excentricita její dráhy? Neuvažujte jiné gravitační vlivy než od Slunce a předpokládejte, že jedna generace má $g = 20$ let.

Karel zase ohrozil civilizaci. A opakovaně.

Řešení úlohy postavme na 3. Keplerově zákoně. Víme, že Země oběhne Slunce jednou za $T = 1$ rok a že obíhá Slunce s velkou poloosou $a_Z = 1$ au. 3. Keplerův zákon pak upravíme, abychom vypočítali hlavní poloosu komety a

$$\frac{a^3}{a_Z^3} = \frac{g^2}{T^2} \quad \Rightarrow \quad a = \left(\frac{g}{T}\right)^{\frac{2}{3}} a_Z \doteq 7,4 \text{ au}.$$

Již tedy víme, že hlavní poloosa bude mít délku zhruba 7,4 au. Vzhledem k tomu, že jsme znali zadání na jednu platnou cifru, tak odpověď nemůžeme udávat více než na dvě.

Jaká bude vzdálenost od Slunce v afelu a_a ? Víme, že platí $a_p + a_a = 2a$, přičemž máme zadáno, že vzdálenost v perihelu je stejná jako hlavní poloosa oběhu Země $a_p = a_Z$ (zanedbáváme excentricitu oběhu Země). Dostáváme tedy

$$a_a = 2a - a_p = \left(\frac{g}{T}\right)^{\frac{2}{3}} a_Z - a_p = \left(\left(\frac{g}{T}\right)^{\frac{2}{3}} - 1\right) a_Z \doteq 14 \text{ au}.$$

Po zaokrouhlení jde o přibližnou vzdálenost 14 au od Slunce v afelu. Jaká bude vzdálenost od Země? To hodně záleží na přesnosti opakování hrozby. Obecně můžeme říct, že půjde minimálně o vzdálenost o 1 au menší a maximálně o 1 au větší. Pokud by se ale v perihelu dostala kometa do blízkosti Země (tedy po zaokrouhlení 0 au), pak by mělo jít o maximální vzdálenost odpovídající dvěma hlavními poloosám $2a \doteq 15$ au, protože po 10 letech by měla být Země na stejném místě. Co se ale týče reálnosti tohoto výsledku, potom bychom zjistili, že při takovém přiblížení Zemi (a Měsíci) s nejvyšší pravděpodobností dojde ke změně orbitálních parametrů komety a její dráha bude jiná. Nalezení řešení by se výrazně zkomplikovalo.

Poslední částí je výpočet excentricity ε , kterou můžeme získat ze vztahů $a_a = a(1 + \varepsilon)$ či $a_p = a(1 - \varepsilon)$

$$a_p = a - \varepsilon a \quad \Rightarrow \quad \varepsilon a = a - a_p,$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{a_p}{a} = 1 - \frac{a_p}{\left(\frac{g}{T}\right)^{\frac{2}{3}} a_Z} = 1 - \left(\frac{T}{g}\right)^{\frac{2}{3}} \doteq 0,86.$$

Excentricita komety, která se vrátí jednou za generaci, bude zhruba 0,86.

Karel Kolář
karel@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.