

## Úvodem

Milé řešitelky, milí řešitelé,

první série je úspěšně za námi! Koncem září proběhlo podzimní soustředění, kde se 37 nejlepších řešitelů potkalo v nelítostném boji tvář v tvář hladovým hrám. Posledním přeživším se stal Jirka K., kterému tímto ještě jednou gratulujeme!

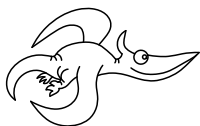
Podzim je ve FYKOSu plný akcí, jednou z nich je Fyziklani Online. Jak již sám název napovídá, jedná se o online soutěž, kde v až pětičlenných týmech po dobu 3 hodin řešíš zajímavé fyzikální úlohy. Neboj se vyzvat svého kámoše, mamku, tatku nebo třeba učitele fyziky a 24. 11. 2021 v 17 hodin porovnejte svoje síly.

Pokud by ses chtěl/a podívat na zajímavé místa, dozvědět se zase něco nového, poznat organizátory, ale taky nové kamarády máme tu pro tebe DSEF! Že ti tato zkratka nic neříká? Jedná se o Den S Experimentální Fyzikou. Ano, experimentální. Během jednoho dne v navštívíš nejrůznější vědecké pracoviště, setkáš se s odborníky ve svém oboru, ale hlavně se dostaneš do míst, kam se běžný smrtelník nedostane. Podrobný program zveřejníme v průběhu října, už teď si ale můžeš do diáře poznačit datum 8. 11. 2021 a těšit se na výlet do Prahy!

V této brožurce najdete zadání druhé série a řešení první série, bohužel bez úlohy I.S – její řešení naleznete již brzy na našem webu. A co nás čeká ve druhé sérii? Zkusíme zjistit, jakého maximálního výkonu dosahuje jaderná bomba, jak rychle Jindru dobíhá vlastní stín nebo třeba jak se Matějovi daří udržovat pitný režim.

Tak hurá do toho!

*Organizátoři*



## Zadání II. série

*Termín uploadu: 23. 11. 2021 23.59*

*Termín odeslání: 22. 11. 2021*

### Úloha II.1 ... stíhání světla

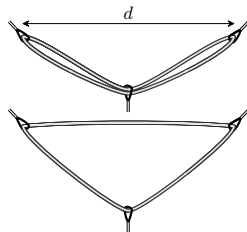
3 body

Jindra kráčí po dlouhé osvětlené chodbě. Jeho oči jsou ve výšce 1,7 m nad podlahou, osvětlení na stropě je ve výšce 3,4 m. Jindra se právě nachází ve vzdálenosti 10 m vodorovně od nejbližšího světla a kráčí rychlostí  $3 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  přímo k němu. Na vyleštěné podlaze vidí odraz světla. Jak rychle se v tento okamžik odraz přibližuje k Jindrovi?

### Úloha II.2 ... fixní stanoviště

3 body

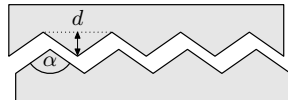
Mějme dvě karabiny ukotvené ve skále ve stejné výšce a ve vzdálenosti  $d$  od sebe. Do těchto karabin zacvakneme smyčku celkové délky  $l$ . Na ni následně připevníme další karabinu, ze které bychom chtěli slanit, přičemž budeme působit směrem dolů silou  $F$ . Spočítejte napětí ve smyčce a sílu, kterou působíme na karabiny, v případech, kdy je slaňovací karabina zavěšená na jedné resp. na obou částech smyčky. Při které možnosti je lano napínáno menší silou a která možnost je bezpečnější?



**Úloha II.3 ... model tření**

6 bodů

Jaký by byl statický koeficient tření mezi tělesem a podložkou, pokud bychom uvažovali model, ve kterém jsou na povrchu obou těles klínky o vrcholovém úhlu  $\alpha$  a výšce  $d$ ? Zkuste porovnat vaše výsledky a reálné koeficienty tření.

**Úloha II.4 ... čepování čaje**

7 bodů

Matěj si chce z várnice natočit čaj do sklenice o hmotnosti  $M$ . Jednou rukou drží sklenici a druhou rukou ovládá kohoutek, čímž mění objemový průtok čaje. Rychlost výtoku  $v$  je konstantní (můžete uvažovat, že rychlost při dopadu do sklenice je stejná). Protože se Matěj nechce moc nadřít, rád by držel sklenici od začátku až do konce čepování konstantní silou.

Jaká musí být závislost výtoku na čase, aby se mu to podařilo? Jak dlouho bude trvat, než se sklenice naplní?

**Úloha II.5 ... Shkadov thruster**

8 bodů

Před dávnými časy v předaleké galaxii se jedna civilizace rozhodla přestěhovat celou svou sluneční soustavu. Jednou z možností bylo postavit „poloviční Dysonovu sféru“. Tedy konstrukci, která by zachycovala zhruba polovinu záření z hvězdy a odrážela jej všechno jedním směrem. Ideálním tvarem by tak byl rotační paraboloid. Jaký by musel být vztah mezi zářivým výkonem hvězdy, plošnou hustotou takového zrcadla a jeho vzdáleností od hvězdy, aby se mezi nimi udržovala konstantní vzdálenost?

**Úloha II.P ... la bomba**

10 bodů

Jakého maximálního výkonu dosahuje jaderná bomba?

**Úloha II.E ... řídký nebo hustý líh**

13 bodů

Změřte závislost hustoty roztoku lihu ve vodě na jeho objemové koncentraci ve vodě. Zařadte pro srovnání i měření čistého lihu a čisté vody.

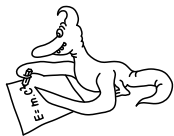
Pozor na správné směřování lihu s vodou – nezapomínejte na to, že objem slité vody a lihu není přesně součtem jejich původních objemů.

**Úloha II.S ... stlačujeme**

10 bodů

Jakou energii musí mít laserový impuls trvající 10 ns, aby jím vytvořená rázová vlna byla schopná ohřát plazma na teplotu, při níž může dojít k termojaderné fúzní reakci? Jakou hustotu bude mít stlačené palivo?

*Poznámka* Přepokládejte, že počáteční plazma je jednoatomový ideální plyn.



## Řešení I. série

## Úloha I.1 ... auta

3 body; průměr 2,48; řešilo 179 studentů

Dvě auta vyjedou ve stejný čas ze stejného bodu rychlostmi  $v_1 = 100 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$  a  $v_2 = 60 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ . Je možné, aby se auta od sebe vzdalovala některými z následujících rychlostí? Pokud ano, příslušné situace načrtněte.

$$v_a = 160 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}, \quad v_b = 40 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}, \\ v_c = 30 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}, \quad v_d = 90 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$$

*Ivo chtěl Dana srazit přesně definovanou rychlostí.*

Úlohu lze zřejmě řešit metodou „kouknu a vidím“, kdy si hned všimneme, že nejmenší rychlosti ( $v_b$ ) bude dosaženo při pohybu stejným směrem, největší rychlost ( $v_a$ ) dostaneme při pohybu od sebe, hodnota  $v_d$  bude odpovídat „něčemu mezi tím“ a varianta  $v_c$  není možná. Ukážeme si však také, k čemu dospějeme, jestliže se pokusíme poctivě ověřit všechny „samozřejmé“ kroky řešení.

Situaci budeme popisovat pomocí vektorů. Polohu prvního auta v čase  $t$  označíme  $\mathbf{r}_1(t)$ , potom

$$\mathbf{r}_1(t) = \mathbf{v}_1 t.$$

Pro druhé auto platí obdobná rovnice. Vzájemnou rychlost aut spočítáme jako změnu velikosti jejich vzájemné vzdálenosti vydělenou časem, během kterého ke změně došlo. Po uplynutí času  $\Delta t$  bude platit

$$\mathbf{r}_1(t + \Delta t) = \mathbf{v}_1 \cdot (t + \Delta t) = \mathbf{r}_1(t) + \mathbf{v}_1 \Delta t.$$

Na toto místo je vhodné zařadit poznámku o použitém značení. Závorky mohou mít dva významy – buď obsahují funkční argumenty (jako třeba u  $\mathbf{r}_1(t + \Delta t)$ ), anebo vyjadřují násobení (například u  $\mathbf{v}_1 \cdot (t + \Delta t)$ ). V tomto případě odlišujeme druhou variantu pro větší názornost tečkou. Zpravidla tomu tak nicméně není a mezi oběma variantami se rozlišuje pouze velikostí mezery, přičemž větší znamená násobení. Konkrétním příkladem může být právě  $\mathbf{v}_1(t + \Delta t)$  či  $f(x)$  (srovnejte s  $f(x)$ ). Naneštěstí většina autorů ignoruje i toto pravidlo, a význam závorek je tak často nutné odhadovat pouze z kontextu.

Vzájemná vzdálenost bodů, kterou označíme  $s$ , není nic jiného než velikost jejich rozdílu

$$s = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|.$$

Pro hledanou vzájemnou rychlost dostáváme

$$v(t) = \frac{s(t + \Delta t) - s(t)}{\Delta t} = \frac{|\mathbf{r}_1(t + \Delta t) - \mathbf{r}_2(t + \Delta t)| - |\mathbf{r}_1(t) - \mathbf{r}_2(t)|}{\Delta t} = \\ = \frac{|(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \cdot (t + \Delta t)| - |(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) t|}{\Delta t} = |(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)|.$$

Tímto možná až zbytečně složitým výpočtem jsme ukázali to, co jsme byli schopni vytušit už na samém začátku svých úvah, a sice že vzájemná rychlost automobilů je rovna rozdílu jejich rychlostí. Nyní už jen stačí najít všechny vyhovující hodnoty.

Označme úhel mezi vektory rychlostí jako  $\varphi$ . Potom pro trojúhelník se stranami  $v_1$ ,  $v_2$  a  $v$  platí kosinová věta

$$v^2 = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos \varphi.$$

Kosinus  $\varphi$  nabývá všech hodnot mezi  $-1$  a  $+1$ . Pro  $-1$  vyjde  $v = v_1 + v_2 = 160 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = v_a$ , pro  $+1$  dostaneme  $v = v_1 - v_2 = 40 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = v_b$ . Rychlost  $v_c$  zřejmě leží mimo tento interval, protože jí není možné dosáhnout. Konečně rychlost  $v_d$  získáme při úhlu

$$\begin{aligned} \cos \varphi &= \frac{v_1^2 + v_2^2 - v_d^2}{2v_1v_2} = \frac{11}{24}, \\ \varphi &\doteq 1,09 \doteq 63^\circ. \end{aligned}$$

**Jáchym Bártík**  
tuaki@fykos.cz

## Úloha I.2 ... pravidlo dvou sekund 3 body; průměr 1,65; řešilo 123 studentů

*Pravidlo dvou sekund je pomůcka pro řidiče, která tvrdí, že bezpečný rozestup dvou vozidel jsou minimálně dvě sekundy. Mějme dopravní uzel, ve kterém  $n_1$ -proudá silnice přechází v  $n_2$ -proudou. Maximální povolená rychlost v prvním úseku je  $v_1$ . Jaká může být nejmenší možná maximální povolená rychlost  $v_2$  ve druhém úseku, aby se v něm netvořily zácpy a všichni měli možnost dodržet pravidlo dvou sekund? Průměrná délka jednoho auta je  $l$  a předpokládáme, že svoji rychlost dokáže měnit skokově. Honza trčel příliš dlouho v dopravní zácpě.*

Nejprve si určíme, kolik aut projede úsekem silnice za jednotku času. K délce auta připočteme i délku „šedé zóny“, do které se jiný řidič jedoucí za autem nesmí dostat. Efektivní délka auta tedy bude

$$L = l + vt_d,$$

kde  $t_d$  představuje právě dvousekundový odstup. Dobu, kterou k projetí úseku potřebuje jedno auto, lze vyjádřit jako

$$T = \frac{L}{v} = \frac{l + vt_d}{v} = \frac{l}{v} + t_d.$$

Převrácená hodnota  $T$  nám dá frekvenci – počet aut, která projedou úsekem za jednotku času

$$Q = \frac{1}{T}.$$

Zatím jsme uvažovali pouze jednoproudou silnici. Pro silnici s  $n$  jízdními pruhy vynásobíme právě odvozený „průtok“ počtem pruhů  $n$  a dostaneme

$$\begin{aligned} Q &= \frac{n}{T}, \\ Q &= \frac{n}{\frac{l}{v} + t_d}. \end{aligned}$$

Nyní sestavíme jakousi obdobu rovnice kontinuity z hydrodynamiky. Aby se v uzlu netvořily zácpy, musí se počet aut přijíždějících a odjíždějících za jednotku času rovnat. Musí tedy platit

$$Q_1 = Q_2, \\ \frac{n_1}{\left(\frac{l}{v_1} + t_d\right)} = \frac{n_2}{\left(\frac{l}{v_2} + t_d\right)}.$$

Nakonec z rovnice vyjádříme  $v_2$  a dostaneme výsledek úlohy

$$v_2 = \frac{l}{\frac{n_2}{n_1} \left(\frac{l}{v_1} + t_d\right) - t_d}.$$

Zajímavostí je, že pokud bychom chtěli zvýšit „průtok“ dané silnice tím, že bychom zvýšili maximální rychlost, stane se něco zvláštního. Lze to vystihnout limitou

$$\lim_{v \rightarrow \infty} \frac{n}{\frac{l}{v} + t_d} = \frac{n}{t_d},$$

z níž vyplývá, že i kdyby se auta teoreticky pohybovala nekonečnou rychlostí, bude mít silnice konečnou hodnotu „průtoku“. Jediná možnost jeho zvýšení je proto snížit reakční čas  $t_d$  (což by však nebylo bezpečné) nebo přistavět další pruhy.

**Jan Benda**  
honzab@fykos.cz

### Úloha I.3 ... zastavit na bruslích

5 bodů; průměr 3,70; řešilo 97 studentů

Na bruslích se dá brzdít metodou „parallel slide“, při které se nože obou bruslí natočí kolmo na směr pohybu, což výrazně zvýší tření s podložkou. Aby bruslař nespadol, musí se naklonit o úhel  $\varphi = 35^\circ$  od svislého směru. Předpokládejte, že člověk vážící  $m = 70$  kg je i s bruslemi vysoký  $H = 1,8$  m, přičemž těžiště má ve výšce  $h = 1,1$  m nad ledem. Spočítejte, na jak dlouhé dráze zastaví z počáteční rychlosti  $v_0 = 15$  km·h<sup>-1</sup>.

*Dodo neumí brzdít na bruslích (já taky ne).*

V směre nadol na korčuliara působí zrychlení  $g = 9,81$  m·s<sup>-2</sup>. Aby nespadol, musí mať celková výslednica síl pôsobiacich na korčuliara nulový moment, teda jej vektorová priamka musí prechádzať bodom dotyku a ťažiskom. Veľkosť trecieho zrychlenia  $a$  je

$$a = g \operatorname{tg} \varphi.$$

Týmto zrychlením bude korčuliar spomaľovaný. Dráhu  $d$ , na ktorej zastane, určíme z rovnosti brzdnéj práce a počiatočnej kinetickej energie

$$mad = mgd \operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{2} m v_0^2.$$

Vyjadrením dráhy a dosadením číselných hodnôt dostávame

$$d = \frac{v_0^2}{2g \operatorname{tg} \varphi} \doteq 1,26 \text{ m}.$$

Korčuliar tak zastane asi o jeden meter ďalej od miesta, v ktorom začal brzdiť. Pôvodnou rýchlosťou by túto dráhu prešiel len za  $t \doteq 0,3$  s. Vidíme teda, že aj v prípade korčúľ je reakčný čas nezanedbateľná zložka celého procesu brzdenia.

**Jozef Lípták**  
liptak.j@fykos.cz

### Úloha I.4 ... klesá ke dnu

7 bodů; průměr 3,34; řešilo 92 studentů

Kapsle válcového tvaru (*Puddle Jumper – Stargate*) s průměrem  $d = 4$  m, délkou  $l = 10$  m a vodotěsnou přepážkou v polovině délky je ponořena pod hladinu oceánu a rychlostí  $v = 20$  ft·min<sup>-1</sup> klesá ke dnu. V hloubce  $h = 1200$  ft praskne sklo na přední podstavě a příslušná polovina kapsle se zaplní vodou. Jakou rychlostí bude nyní klesat? Za jak dlouho klesne až na dno v hloubce  $H = 3000$  ft? Osa válce má před prasknutím skla horizontální směr. Předpokládejte, že stěny kapsle jsou vůči jejím rozměrům tenké. *Dodo sleduje Stargate Atlantis.*

Na kapslu působia tri rôzne sily – sila tiažová  $F_g$ , sila vztlaková  $F_v$  a odporová sila prostredia  $F_o$ . Vzorec pre odporovú silu závisí na tom, či sa jedná o laminárne alebo turbulentné prúdenie. Najprv odhadneme Reynoldsovo číslo pred prasknutím kapsle

$$\text{Re} \approx \frac{vd\rho}{\eta} \doteq 4 \cdot 10^5.$$

Výšla nám veľmi vysoká hodnota, takže môžeme prúdenie považovať za turbulentné. To isté bude platiť aj po prasknutí skla, kapsle sa bude zrejme pohybovať ešte rýchlejšie. V oboch prípadoch použijeme Newtonov vzorec pre odporovú silu. Z rovnováhy síl, ktorá musí platiť pre rovnomerný pohyb, dostávame

$$\frac{1}{2}CS\rho v^2 + V\rho g = mg,$$

kde  $C = 0,85$  je odporový koeficient pre náš valec,<sup>1</sup>  $S = dl$  je prierez valca v smere pohybu,  $m$  je hmotnosť kapsle a  $g$  je tiažové zrýchlenie.

Po zatopení čelnej časti sa zmenší objem kapsule na polovicu  $V' = V/2$ , ale jej hmotnosť zostane zachovaná  $m' = m$ . Zmení sa teda veľkosť príspevku vztlakovej sily. Taktiež sa pri páde orientuje do novej polohy zatopenou časťou nadol, čo zapríčini zmenu koeficientu odporu na hodnotu približne<sup>2</sup>  $C' = 1,5$  a zmení sa aj účinný prierez valca  $S' = \pi d^2/4$ . Po zohľadnení týchto skutočností z rovnakej rovnosti ako na začiatku dostaneme novú rýchlosť klesania

$$\frac{1}{2}C'S'\rho v'^2 + \frac{V}{2}\rho g = mg = \frac{1}{2}CS\rho v^2 + V\rho g,$$

$$v' = \sqrt{\frac{CSv^2 + Vg}{C'S'}} = \sqrt{\frac{Cdlv^2 + \frac{\pi d^2}{4}lg}{C'\frac{\pi d^2}{4}}} = \sqrt{\frac{4Clv^2 + \pi dl g}{C'\pi d}} \approx \sqrt{\frac{lg}{C'}}.$$

Prevedme veličiny s imperiálnymi jednotkami do SI  $v \doteq 0,10$  m·s<sup>-1</sup>,  $h \doteq 366$  m a  $H \doteq 914$  m. Po číselnom dosadení dostávame novú rýchlosť kapsule  $v' \doteq 8$  m·s<sup>-1</sup>. Vidíme teda, že kapsula bola pôvodne celkom dobre vyvážená (presne ako by sme od ponárajúceho sa plavidla očakávali)

<sup>1</sup><https://apps.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a395503.pdf>

<sup>2</sup>Předpokládáme, že sklo praskne celé čili spodní podstava válce bude otevřená. Nicméně stále se jedná spíše o odhad, konkrétní hodnoty  $C$  a  $C'$  bychom nejspíš museli změřit.

a toto vyváženie bolo prudko narušené. Novou rýchlosťou bude kapsuli trvať iba niečo vyššie jednej minúty, kým dosadne na dno!

**Jozef Lipták**

liptak.j@fykos.cz

### Úloha I.5 ... mechanicky (ne)stabilní kondenzátor

8 bodů; průměr 3,37;

řešilo 60 studentů

Představme si nabitý deskový kondenzátor, jehož jedna vodorovná deska je ve fixní pozici a druhá levituje přímo pod ní v rovnovážné pozici. Spodní deska není nijak mechanicky fixována. Jaká bude kapacita takového kondenzátoru v závislosti na přiloženém napětí? Je tento kondenzátor mechanicky stabilní? *Vašek vás chtěl ugrilovat kondenzátorem.*

Začneme nejdříve komentářem na standardní *pevný* deskový kondenzátor. Kapacita  $C$  kondenzátoru je definována jako podíl náboje  $Q$  na kondenzátoru a přiloženého napětí  $U$ , neboli

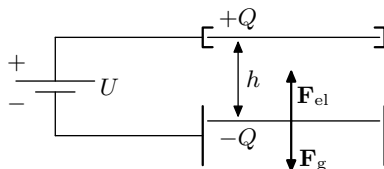
$$C = \frac{Q}{U}.$$

Na první pohled se tak může zdát, že kapacita kondenzátoru je nepřímě úměrná napětí. Avšak nesmíme zapomenout na to, že typicky velikost náboje  $Q$  je úměrná napětí  $U$ , takže kapacita  $C$  kondenzátoru na přiloženém napětí  $U$  nezávisí. Kapacita kondenzátoru je typicky dána *pevným* geometrickým uspořádáním vodičů a dielektrik v prostoru. V případě deskového kondenzátoru je jeho kapacita rovna

$$C = \varepsilon \frac{S}{h}, \quad (1)$$

kde  $\varepsilon$  je permitivita prostředí mezi deskami,  $S$  je plocha desek a  $h$  je jejich vzdálenost. V této úloze tomu bude jinak, neboť geometrické uspořádání našeho kondenzátoru (vzdálenost jeho desek) *bude záviset* na přiloženém napětí.

Schematický náčrt našeho kondenzátoru je na obr. 1. Na kondenzátor je přiložené stejnosměrné napětí  $U > 0$  tak, že je (bez újmy na obecnosti) na horní desce náboj  $Q > 0$  a na spodní desce ve vzdálenosti  $h$  od horní desky náboj  $Q < 0$ . Horní deska je fixována, takže veškeré vnější síly jsou vykompenzovány působením uchycení. Na spodní desku působí horní deska přitažlivou elektrickou silou  $\mathbf{F}_{el}$  a také tíhová síla  $\mathbf{F}_g = m\mathbf{g}$  směřující opačným směrem, kde  $m$  je hmotnost spodní desky a  $g$  je velikost tíhového zrychlení.



Obr. 1: Schematický náčrt kondenzátoru.

Pro výpočet elektrické síly  $\mathbf{F}_{el}$  použijeme pro deskový kondenzátor často používanou aproximaci, podle které je elektrické pole mezi deskami homogenní (elektrická intenzita  $\mathbf{E}$ ) a vně je nulová. Tato aproximace má dobré opodstatnění, je-li plocha desek  $S$  mnohem větší než kvadrát

jejich vzdálenosti  $h^2$  ( $S \gg h^2$ ). Nyní si musíme uvědomit, že elektrická síla působící na spodní desku není přímo  $-Q\mathbf{E}$ , neboť elektrické pole v kondenzátoru je tvořeno jak náboji na horní desce, tak náboji na spodní desce, a do výsledné síly působící na spodní desku interakce mezi náboji na ní nepřispívá. Výsledné elektrické pole mezi deskami se skládá z pole nábojů na horní desce a z elektrického pole nábojů na spodní desce. Ze symetrie pak není těžké vidět, že elektrické pole pouze od nábojů na horní desce je právě  $\mathbf{E}/2$ . Celková elektrická síla působící na spodní desku je tak

$$\mathbf{F}_{\text{el}} = -\frac{QE}{2}.$$

Napětí  $U$  mezi deskami je jednoduše rovno  $U = Eh$ , neboť pole mezi deskami je homogenní. V případě složitějšího (avšak stále stacionárního elektromagnetického) pole uvádíme pro pokročilé, že elektrické napětí mezi body A a B je obecně definované dráhovým integrálem

$$U_{\text{el}} = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s},$$

kde  $d\mathbf{s}$  je délkový element. Velikost elektrické síly je tak

$$F_{\text{el}} = \frac{QU}{2h}.$$

Z definice kapacity je  $Q = CU$ , a proto

$$F_{\text{el}} = \frac{CU^2}{2h}. \quad (2)$$

Má-li být spodní deska kondenzátoru v rovnovážné poloze, musí si být velikosti elektrické a tíhové síly rovny, tedy

$$\frac{CU^2}{2h} = mg.$$

Z této rovnice ještě nemůžeme odečíst závislost kapacity na napětí, protože se v ní vyskytuje vzdálenost desek  $h$ , která také závisí na napětí. Tu ještě musíme nahradit dosazením  $h$  z rovnice (1), čímž dostaneme

$$\frac{C^2U^2}{2\varepsilon S} = mg.$$

Odtud již získáme hledanou závislost kapacity na přiloženém napětí

$$C = \frac{\sqrt{2mg\varepsilon S}}{U},$$

neboť  $S$  a  $m$  jsou jenom konstanty.

Nyní se podívejme na stabilitu našeho kondenzátoru, a tedy spodní desky. Dosazením za kapacitu  $C$  z rovnice (1) do (2) dostaneme závislost elektrické síly na vzdálenosti desek

$$F_{\text{el}} = \frac{\varepsilon SU^2}{2h^2}. \quad (3)$$

V rovnovážné poloze je velikost této síly rovna velikosti tíhové síly, která na poloze nezávisí. Vychýlí-li se deska směrem nahoru, velikost elektrické síly směřující k horní desce vzroste a způsobí, že se bude spodní deska dále přitahovat k horní desce. Vychýlí-li se deska směrem dolů,



velikost elektrické síly směřující k horní desce klesne a převažující tíhová síla bude dále desku urychlovat směrem dolů. Tak jsme odůvodnili, že je náš kondenzátor mechanicky nestabilní.

Tuto úlohu lze také řešit tzv. přes energie. Velikost elektrické síly působící na spodní desku najdeme jako záporně vzatou derivaci energie elektrického pole  $E_{el}$  v kondenzátoru podle vzdálenosti  $h$  spodní desky od horní desky

$$F_{el} = -\frac{dE_{el}}{dh},$$

kde

$$E_{el} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{\varepsilon SU^2}{2h}.$$

Opět přikládáme poznámku pro pokročilé. Obecně je síla  $\mathbf{F}$  spjatá s její potenciální energií  $E_p$  jako záporně vzatý gradient potenciální energie, tedy

$$\mathbf{F} = -\text{grad } E_p \equiv -\nabla E_p.$$

Po provedení derivace dostaneme velikost síly  $F_{el}$  přímo ve tvaru (3). Dále se pokračuje jako výše. Přes energie můžeme také vyšetřit stabilitu. Celková potenciální energie  $E_p$  spodní desky je rovna součtu potenciální energie tíhové a potenciální elektrické energie,

$$E_p = -mgh - \frac{1}{2}CU^2 = -mgh - \frac{\varepsilon SU^2}{2h}.$$

Extrém (minimum nebo maximum) této potenciální energie, a tedy rovnovážná poloha, se nachází v místě, kde je derivace  $dE_p/dh$  nulová. Platí

$$\frac{dE_p}{dh} = -mg + \frac{\varepsilon SU^2}{2h^2} = 0 \quad (4)$$

pro

$$h = U\sqrt{\frac{mg\varepsilon S}{2}}.$$

Rovnice (4) nevyjadřuje nic jiného, než rovnost sil v rovnovážné poloze. O povaze extrému rozhoduje druhá derivace potenciální energie  $\frac{d^2E_p}{dh^2}$ . Je-li kladná, jedná se o lokální minimum potenciální energie a poloha je stabilní. Je-li záporná, jedná se o lokální maximum potenciální energie a poloha je labilní. Druhým zderivováním dostaneme

$$\frac{d^2E_p}{dh^2} = -\frac{\varepsilon SU^2}{h^3} < 0,$$

a tedy jsme opět ukázali, že je náš kondenzátor mechanicky nestabilní.

**Václav Mikeska**  
v.mikeska@fykos.cz

**Úloha I.P . . . uff, to je vedro**

10 bodů; průměr 7,14; řešilo 86 studentů

*Možná jste si všimli, že sopky na Zemi nemají univerzální tvar – navzájem se mohou dost lišit. Srovnajte například fotografie havajské sopky Mauna Loa a italského Vesuvu. Liší se nejen strmostí stěn, ale i stylem erupcí. Obě tyto vlastnosti úzce souvisí s viskozitou magmatu. Jak viskozita magmatu ovlivňuje styl a nebezpečnost erupcí? Souvisí to nějak s geografickou polohou sopek?*

*Jindrovi už hrabe ze studia „věd“ o Zemi.*

V zadání je zmíněno, že sopky nemají všechny stejný tvar. Od toho se odrazíme. Například havajská sopka Mauna Loa má mírný sklon svahu, v poměru ke své výšce se rozprostírá po široké ploše. Oproti tomu italský Vesuv nebo japonská Fudži mají typický kuželovitý tvar, jaký si často laikové představí, když se řekne „sopka“.



Obr. 2: Erupce havajské sopky Mauna Loa v roce 1984. Čedičová láva je vyvrhována do výšky v řádu maximálně desítek metrů a odtéká pryč. (Zdroj: B. Serbert.  
<https://www.nps.gov/havo/learn/nature/mauna-loa-1984.htm>)

Tvar sopky úzce souvisí se stylem erupcí a s vlastnostmi magmatu. Mauna Loa a sousední Kilauea leží nad havajskou horkou skvrnou (termín „horká skvrna“ si vysvětlíme později) a produkují čedičové lávy.<sup>3</sup> Jelikož čedičová láva má obecně malou viskozitu ( $1 \cdot 10^1$  až  $1 \cdot 10^2$  Pa·s, asi jako kečup), vzniká štítová sopka s povlnným sklonem svahů. Vesuv a Fudži se nacházejí v místech podsouvání oceánské zemské desky pod kontinentální.

V takových oblastech vzniká magma andezitického složení, které je o jeden až dva řády viskóznější ( $\sim 1 \cdot 10^3$  Pa·s) než bazaltické magma. Vyšší viskozita znesnadňuje únik rozpuštěných plynů.<sup>4</sup> Z bazaltického magmatu bublinky snadno uniknou, erupce čedičových sopek proto nebývají příliš výbušné (viz obrázek 2), láva se poklidně rozlévá do okolí.

Naproti tomu natlakované bublinky ve viskóznějším andezitickém magmatu způsobují explozivní erupce, při kterých kromě výtoku lávy dochází i k vyvrhování pevných částic. Kužel sopky je tvořený střídajícími se vrstvami utuhlé lávy a spadných sopečných usazenin a nazývá se stratovulkán.

<sup>3</sup>Oba názvy „magma“ i „láva“ označují roztavenou horninu. Rozdíl je v poloze. Magma se říká tavenině pod povrchem země, zatímco láva je magma vyvržené na povrch.

<sup>4</sup>Jde o podobný efekt jako při otevření limonády. Při stoupání magmatu k povrchu klesá tlak a tím pádem i rozpustnost plynů – uvolní se bublinky.

### *Dělení vyvřelých hornin*

Pro lepší pochopení tématu je vhodné se alespoň trochu vyznat v geologii a ve vyvřelých horninách. Vyvřelá hornina je taková, která vznikla krystalizací z taveniny. Vyvřelé horniny, které vznikají ztuhnutím lávy na povrchu země se nazývají výlevné vyvřelé horniny. Minerály ve výlevných horninách tvoří malé, často okem nepostřehnutelné krystalky, protože prudký pokles teploty nedává zárodkům krystalů čas k růstu.

Ne všechno magma tuhne po sopečných erupcích na vzduchu. Ve skutečnosti většina roz-tavených hornin zkrystalizuje už pod zemí a k povrchu se nikdy nedostanou. Tyto hlubinné vyvřelé horniny mají hrubší krystalickou strukturu, názorným příkladem je žula se svými rozpoznatelnými krystaly křemene, živců a slídy.

Někdy se ještě vyděluje mezistupěň žilných vyvřelých hornin, které vznikají z magmatu, jež si prorazilo v okolní skále úzkou cestu a tuhne v žíle. Odvod tepla je rychlejší než z velkého hlubinného tělesa magmatu, avšak pomalejší než na vzduchu. Krystaly mají střední velikost, bývají však viditelné pouhým okem.

Tak mohou existovat horniny, které mají sice stejné chemické složení, avšak jinou fyzikální strukturu, a proto mají i různé názvy. Povrchovým ekvivalentem hlubinné žuly je světle šedý či načervenalý ryolit. Hlubinným ekvivalentem tmavé vyvřelé výlevné horniny čediče (bazaltu) je gabro.

Jiným důležitým kritériem pro rozdělení vyvřelých hornin je obsah křemíku, potažmo oxidu křemičitého  $\text{SiO}_2$ . Z historických důvodů se horniny s vysokým obsahem oxidu křemičitého ( $> 65 \text{ hm. \% SiO}_2$ ) nazývají kyselé a horniny s nízkým obsahem oxidu křemičitého (42 až 52  $\text{hm. \% SiO}_2$ ) zásadité (bázické). Horniny se středním obsahem  $\text{SiO}_2$  jsou podle tohoto názvosloví neutrální a horniny ještě zásaditější než zásadité (v zemské kůře vzácné) se jmenují ultrabázické. Tyto názvy nemají nic společného s kyselostí a zásaditostí, jak je známe z chemie.

Známostou kyselou vyvřelou horninou je žula. Ta se skládá z minerálů křemene (čistý  $\text{SiO}_2$ ), draselných a sodnovápenatých živců (taktéž ve své krystalické struktuře obsahují hodně křemíku) a slídy. Příkladem neutrální horniny je andezit, který se skládá ze sodnovápenatých živců a menšího množství křemene, amfibolů, slídy, pyroxenů případně i olivínu.

Příkladem bázické horniny je čedič (bazalt), který se skládá ze sodnovápenatých živců, pyroxenů a olivínu. Pyroxeny a olivíny sice taktéž obsahují křemík, ne však v takovém množství jako křemen nebo živce. Příkladem neutrální horniny je andezit, který se skládá ze sodnovápenatých živců a menšího množství křemene, amfibolů, slídy, pyroxenů případně i olivínu.

### *Zemská kůra a litosféra*

Ze školy si pamatujeme pojmy zemská kůra a litosféra. Oba označují nejsvrchnější vrstvu zemského tělesa. Už však nemusí být jasné, jaký je mezi nimi rozdíl. Rozhraní zemské kůry a pláště je dělení podle chemického složení. Kontinentální zemská kůra se skládá převážně z kyselých hornin, žul, oceánská zemská kůra je hlavně bazaltová, ale svrchní zemský plášť je složen z ultrabázické horniny peridotitu.

Litosféra a astenosféra je dělení na základě fyzikálních vlastností. Litosféra jsou tuhé horniny, které se deformují elasticky. Litosférické desky „plavou“ na astenosféře, což jsou tuhé horniny chovající se plasticky díky vysoké teplotě v hloubkách. Litosféra zahrnuje celou zemskou kůru a zasahuje i do horních vrstev zemského pláště.

*Tavení složených látek*

Za jakých podmínek se může hornina roztavit? Než si přímo zodpovíme tuto otázku, musíme se podívat na tavení nehomogenních pevných látek. Horniny se skládají z více minerálů a různé minerály mohou mít různé teploty tání.

Znamená to, že minerál s nejnižší teplotou tání se začne tavit jako první, když teplota dostatečně vystoupá? Ne, hornina se začne tavit už při nižší teplotě a začnou se tavit minimálně dva minerály zároveň.

V každém systému, kde jsou při teplotě tání v kontaktu pevná fáze a kapalná fáze<sup>5</sup> téže chemické látky a kde neodebíráme ani nepřidáváme teplo, se ustanoví dynamická rovnováha.

Molekuly z pevné látky se uvolňují do kapaliny a naopak molekuly z kapaliny krystalizují na povrchu pevné látky. Počet molekul jdoucích jedním směrem se rovná počtu molekul, které jdou opačným směrem. Makroskopicky se jedná o rovnovážný stav.

Klíčovou termodynamickou veličinou, kterou musíme sledovat, je Gibbsova volná energie

$$G = U + pV - TS, \quad (5)$$

kde  $U$  je vnitřní energie,  $p$  je tlak,  $V$  je objem,  $T$  je teplota a  $S$  je entropie. Diferenciál Gibbsovy energie je

$$dG = dU + p dV + V dp - T dS - S dT,$$

kam můžeme z prvního termodynamického zákona dosadit  $dU = \delta q - p dV$ , kde  $q$  je teplo, čímž dostaneme

$$dG = \delta q - T dS + V dp - S dT.$$

O kusu horniny v hlubinách Země můžeme předpokládat, že se vždy nachází v rovnováze se svým okolím. Jelikož změny teploty a tlaku na geologických škálách jsou pomalé, platí  $dp = 0$  a  $dT = 0$ , a tudíž výraz pro infinitezimální změnu Gibbsovy energie se zredukuje na

$$dG = \delta q - T dS.$$

Hornina v rovnováze s okolím zaujme stav s nejnižší Gibbsovou energií. Proč? Pokud se hornina v rovnováze už nachází, platí rovnost pro změny v rovnovážném stavu  $\delta q = T dS$ .

Pokud kus horniny v rovnováze není, platí Clausiova nerovnost  $\delta q < T dS$ . Gibbsova energie tudíž bude klesat, dokud se hornina nedostane do rovnováhy, kdy je Gibbsova energie minimální.

Člen  $U + pV$  v rovnici (5) je entalpie  $H = U + pV$ . To je ekvivalent vnitřní energie pro přesuny tepla při stálém tlaku. Jestliže dodáme látce teplo za stálého objemu, vzroste o stejnou hodnotu její vnitřní energie. Jestliže teplo dodáme za stálého tlaku, vzroste o stejnou hodnotu entalpie látky.

Teoretičtí fyzikové radši pracují s vnitřní energií (protože se s ní snadněji počítá), praktičtější rádi používají entalpii (protože se snadněji měří).

Aby byla Gibbsova energie co nejnižší, systém se pokusí zaujmout stav s co nejnižší entalpií a co nejvyšší entropií. Tyto dva požadavky jsou však protichůdné. Nízká entalpie je podmíněna

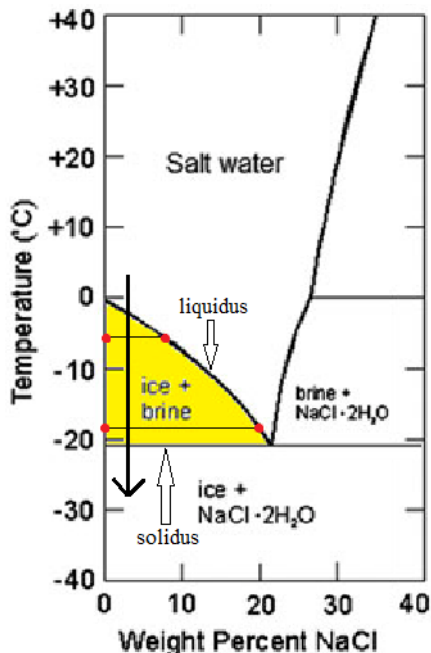
<sup>5</sup>Část systému, která se liší od ostatních částí jak chemicky, tak fyzikálně, se nazývá fáze. Například voda a olej jsou dvě fáze. Stejně tak voda a led nebo grafit a diamant jsou dvě fáze téže chemické látky.

nízkou teplotou, ale ta znamená nízkou entropii a naopak. Pevné látky mívají nízkou entalpii, avšak také nízkou entropii. Kapaliny mají vyšší entalpii i entropii a plyny ještě víc.

Ke skupenské přeměně může dojít, když se Gibbsovy volné energie obou skupenství rovnají. Vezměme si například vodu za atmosférického tlaku. Teplota tání je  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Při  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  mají led i kapalná voda stejnou Gibbsovu energii, proto obě skupenství mohou existovat současně. Například ale při  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$  by hypotetický led měl vyšší Gibbsovu energii než kapalná voda, proto je rovnovážným skupenstvím vody při této teplotě kapalina.

Přidání příměsi do čisté kapaliny změní entalpii a podstatně zvýší entropii, Gibbsova energie se sníží a tím pádem poklesne i teplota tání. Toho se využívá například při zimním solení silnic, kdy sůl sníží bod tání vody a nedojde tak k námraze nebo k nahromadění sněhu. Teplotu tání však nemůžeme snížit libovolně.

Například pro směs soli a vody lze dosáhnout minimální teploty tání  $-21,2\text{ }^{\circ}\text{C}$  při 23,3 hm. % soli. Směs s nejnižší možnou teplotou tání se nazývá eutektická. Neeutektické směsi začínají tuhnout vždy při vyšší teplotě.



Obr. 3: Fázový diagram tuhnutí směsi vody se solí. Anglický výraz „brine“ označuje solný roztok. (Zdroj: S. M. Badawy. *Laboratory freezing desalination of seawater*, Desalination and water treatment (2015), *upraveno*)

Schéma, jak tání a tuhnutí závisí na složení, můžeme nakreslit do fázového diagramu teplota vs. složení. Křivka, nad kterou je všechnen materiál kapalný, se nazývá liquidus. Podobně křivka, pod kterou je všechna látka v pevném skupenství se nazývá solidus. Obě křivky jsou vyznačeny v obrázku 3.

Při tuhnutí eutektické směsi vody se solí se vytvoří dvě fáze – čistý led s minimem soli a dihydrát chloridu sodného  $\text{NaCl} \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ . Jak by ale probíhalo tuhnutí neeutektické směsi? Vezměme si vodu s trošičkou rozpuštěné soli.

Jak jsme zmínili výše, led začne krystalizovat až při nižší teplotě než  $0^\circ\text{C}$ . Jde o čistý led. Molekuly  $\text{H}_2\text{O}$  jsou tak přednostně odstraňovány z roztoku, čímž roste koncentrace soli ve zbylé kapalině a dále se snižuje teplota tuhnutí. Musíme stále odebírat teplo, aby mohl krystalizovat další led. Systém se nyní skládá ze dvou fází, ledu a solného roztoku.

Obě fáze mají rozdílné chemické složení od počátečního roztoku. Kdybychom v tuto chvíli fáze oddělili, získali bychom led (čisté  $\text{H}_2\text{O}$ ) a koncentrovanější solný roztok než byl původní. Rovnovážné složení roztoku při dané teplotě můžeme zjistit z toho, kde vodorovná čára protne liquidus (pravá červená tečka v obrázku 3).

Až když složení kapaliny dosáhne eutektického složení, další odebrání tepla nesníží teplotu, ale způsobí krystalizaci eutektické směsi. Po utužení je pevná látka opět složena ze dvou fází, krystalků ledu a dihydrátu chloridu sodného, a celá dohromady má stejné chemické složení jako původní roztok.

Při zahřívání pevné látky probíhá celý proces opačně. Jakmile bychom naši směs ledu s dihydrátem soli zahřáli na  $-21,2^\circ\text{C}$ , růst teploty by se zastavil. Další dodávané teplo se bude spotřebovávat na skupenskou přeměnu a vznik eutektické kapaliny.

První eutektická směs se vytvoří v místech kontaktu krystalků ledu s dihydrátem chloridu sodného. Až roztaje dostatek vody, v níž se rozpustí všechna sůl, bude při dalším dodávání tepla stoupat teplota. Současně s tím se budou rozpouštět zbylé krystalky ledu a budou snižovat koncentraci soli v kapalině. Při teplotě blízké  $0^\circ\text{C}$  roztaje poslední led a nám zbude slabý solný roztok.

### Tavení hornin

Navzdory populárním představám nejsou horniny v zemském plášti tekuté<sup>6</sup>. Mají sice vysokou teplotu (1 300 až 1 400  $^\circ\text{C}$ , ale kvůli obrovskému tlaku v hlubinách se netaví.

V důsledku vysoké teploty jsou však tyto horniny v plastickém stavu. Podobně jako plastelína se pod tlakem deformují. Dochází k difuzi atomů v krystalech a ke vzájemnému posouvání krystalických zrn. Horniny pláště „tečou“ jako kapalina s viskozitou  $1 \cdot 10^{20}$  až  $1 \cdot 10^{21}$   $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ,<sup>7</sup> nicméně stále mají zachovanou krystalickou strukturu. Jde o pevnou látku.

Průběh teploty směrem do nitra Země je na všech místech velice podobný. Do hloubky 100 až 150 km stoupá teplota s hloubkou přibližně jako  $25^\circ\text{C} \cdot \text{km}^{-1}$ . Hluběji je kvůli vyrovnávání tep-

<sup>6</sup>Vnější zemské jádro je sice roztavené, avšak jeho materiál se nemísí s pláštěm a nikdy se nedostane na povrch.

<sup>7</sup>To je nepředstavitelně vysoká viskozita podobná viskozitě skla nebo pianové struny, avšak na geologických časových škálách se deformace projeví.

lot konvekčním prouděním pozvolnější teplotní gradient  $0,6\text{ }^{\circ}\text{C}\cdot\text{km}^{-1}$ . Teplota se tam pohybuje okolo  $1\,400\text{ }^{\circ}\text{C}$  a tlaky se pohybují v řádu jednotek gigapascalů (podle hloubky).

Teplota tání s hloubkou taktéž vzrůstá a vždy je vyšší než přirozená teplota podle geotermálního gradientu. Jak se tedy mohou horniny přirozeně roztavit?

Známe tři způsoby vzniku magmatu.

- **Adiabatický vzestup horniny.** Ze zemského pláště může stoupat materiál konvekčním pohybem. Pokud horninové těleso stoupá příliš rychle, nemá čas vyrovnat teplotu s okolím a chladne adiabaticky. Adiabata má však mírnější pokles teploty než přirozený gradient a může protout solidus. Toto se děje na divergentních okrajích litosférických desek – tam, kde vyniká nová oceánská kůra.
- **Příměs vody v hornině snižuje teplotu tání.** V oceánské kůře se nachází mnoho hydratovaných minerálů. Při subdukcii oceánské desky do hlubin dojde k restrukturalizaci minerálů, voda se uvolní, vystoupá do vyšších vrstev pláště, kde její přítomnost sníží teplotu tání. Takto vznikají andezitická magmata.
- **Roztavení při kontaktu s místem s vysokou teplotou.** Na některých místech rozhraní zemského jádra a pláště dochází k silnému ohřevu pláště. Mechanismus vzniku takové nerovnováhy není dosud přesně znám. Každopádně horký materiál stoupá konvekci. Toto magma se sice nedostane až na povrch, pod litosférou se „rozplácne“, ale jelikož má vyšší teplotu, začne tavit nad ní ležící horniny pláště. Taková oblast se nazývá horká skvrna.

V zemském nitru není dostatek tepla, aby došlo k úplnému roztavení horniny. Skupenské teplo tání tomu brání. Magmata proto obvykle mají eutektické složení. Velice často bývá magma tvořeno směsí taveniny a pevných krystalků.

### *Křemík ovlivňuje viskozitu*

Každá vyvřelá hornina byla kdysi roztaveným magmatem. Právě obsah křemíku vysoce ovlivňuje viskozitu taveniny. Kationty křemíku  $\text{Si}^{4+}$  vytváří pevnou strukturu se čtyřmi anionty kyslíku  $\text{O}^{2-}$  uspořádanými do vrcholů čtyřstěnu.

Tato skupina  $[\text{SiO}_4]^{4-}$  má čtyři elektrony navíc, které u atomů kyslíku dychtivě čekají na jiné atomy či molekuly, s nimiž by mohly vytvořit vazbu. Skupiny  $\text{SiO}_4$  se velmi ochotně spojují navzájem.

V čedičovém magmatu s menším obsahem křemíku se čtyřstěny  $[\text{SiO}_4]^{4-}$  vyskytují osamoceně nebo v malých skupinkách. Jenže v magmatu žulového složení se čtyřstěny spojují do řetězců, do 2D a 3D struktur a tím zvyšují viskozitu magmatu o několik řádů. Viskozita magmatu výrazně ovlivňuje styl erupcí.

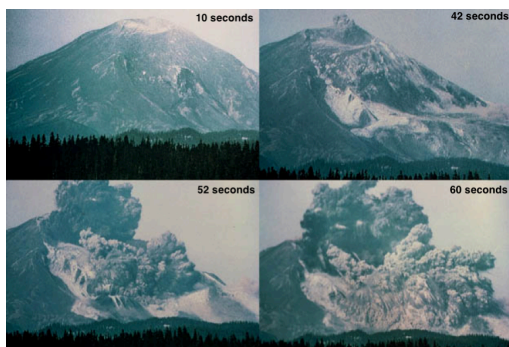
### *Typy sopečných erupcí*

Magma není tvořeno jen roztavenou horninou a případně neroztavenými krystalky, v magmatu se nachází i množství rozpuštěných těkavých látek, hlavně  $\text{H}_2\text{O}$  a  $\text{CO}_2$ . Když magma stoupá k povrchu, s klesajícím tlakem se snižuje rozpustnost, a tak se začínají tvořit bublinky. V málo viskózním čedičovém magmatu mohou bublinky celkem volně cestovat, spojovat se, a nakonec vystoupat na povrch, kde volně uniknou.

Ve viskóznějším andezitickém nebo ryolitickém (žulovém) magmatu zůstávají bubliny ale uvězněny. S tím, jak se magma blíží k povrchu, bubliny rostou. 3D síť vysokoviskózního magmatu s bublinami v jednu chvíli už nevydrží další růst bublin a promění se na vysokotlaký plyn s částicemi horké hmoty. A to je vlastně okamžik erupce, kdy se do okolí rozprsknou kusy magmatu jako sopečné pumy a sopečný popel.

Pokud se viskózní magma nachází pod silnější vrstvou horniny, tlak se může dlouho akumulovat, až dojde k silné erupci pliniovského typu. Při ní je vyvržen sloupec sopečného popela vzhůru k nebesům. Po ochlazení částičky popela klesají na zem a vytvoří sopečný spad. Nebezpečné je, pokud výbuch nemíří vzhůru, ale do strany nebo pokud se mrak stoupající nahoru ochladí a spadne zpět na sopku. V takovém případě se dá do pohybu dolů po svahu mračno horkého sopečného popela, které spálí vše, co mu přijde do cesty.

Teplota pyroklastického proudu se pohybuje od jednotek stovek do tisíce stupňů Celsia a rychlost dosahuje řádu stovek kilometrů za hodinu. Pyroklastický proud smetl v roce 1902 město Saint-Pierre na Martiniku. Podobně pyroklastický proud na konci své dráhy, když už ztratil větší část energie a také zchladl, pohřbil v roce 79 město Pompeje. Příkladem z nedávné doby je výbuch sopky Mount St. Helens (viz obrázek 4).



Obr. 4: Explosivní erupce sopky Mount St. Helens v roce 1980. Časový údaj se vztahuje k době uplynulé od zemětřesení, které spustilo sesuv svahu a erupci. Vznikl pyroklastický proud, který doputoval až 31 km od sopky. (Zdroj: G. Rosenquist.

[https://volcanoes.usgs.gov/volcanic\\_ash/mount\\_st\\_helens\\_1980.html](https://volcanoes.usgs.gov/volcanic_ash/mount_st_helens_1980.html))

To ale nutně neznamená, že by vulkanismus čedičových sopek byl méně nebezpečný. Jejich erupce nebývají tak divoké, ale při velkých erupcích se globální hrozbou stávají plyny uvolněné z magmatu, které mohou ovlivnit klima. Jako extrémní příklad si vezmeme například masivní výlevný vulkanismus z doby před 252 miliony let na území dnešní Sibiře. Je pravděpodobné, že sopečné plyny a prach uvolněné do atmosféry změnilo klima a způsobily permské vymírání druhů.

Z historicky nedávných erupcí se jedná například o erupci vulkánu Laki na Islandu v roce 1783. Laki není klasická sopka s kuželem. Šlo o erupci podél trhliny – láva vytékala z mnoha kráterů podél linie dlouhé 25 km. Fluor uvolněný při erupci popadal na islandské pastviny, z čehož se otrávil a zahynula polovina dobytka. Na ostrově vypuknul hladomor, který nepřežilo 20 % populace.



Do atmosféry se uvolnilo  $1,2 \cdot 10^8$  t oxidu siřičitého  $\text{SO}_2$ , který způsobil globální ochlazení. Následující zimu provázely tuhé mrazy, například v Americe zamrzla řeka Mississippi. Jako důsledek erupce tak můžeme označit i povodně v Čechách na jaře 1784, které poničily Karlův most v Praze.

### *Geografické rozmístění sopek*

Jistě jste si na mapách všimli, že rozmístění sopek není rovnoměrné. Sopky se koncentrují na rozhraní litosférických desek, ale existují i nějaké sopky mimo tato rozhraní (například na Havaji nebo na Kanárských ostrovech). Nejvíce vulkanické činnosti se vyskytuje na divergentních rozhraních oceánických desek, kde dochází ke tvorbě nové oceánské kůry.

Tuhnoucí bazaltická láva vytváří na mořském dně v kontaktu s vodou takzvanou polštářovou lávu – na povrchu lávy se kvůli odvodu tepla vytvoří tenká pevná krustička, avšak zevnitř působící tlak přibývající lávy po chvíli krustu na jednom místě prolomí a vytvoří se nová lávová boule. Stejný proces se pak opakuje pořád a pořád dokola.

Tento typ vulkanické činnosti však často zůstává mimo pozornost, protože nepředstavuje žádné nebezpečí. Při tuhnutí lávy dochází k vázání molekul vody k některým minerálům, což má potom význam při subdukcii oceánské desky pod kontinentální desky.

Při střetu oceánské a kontinentální desky se hustší materiál oceánské desky začne zanořovat. V hloubkách okolo 100 km dojde k metamorfické přeměně minerálů, voda uzavřená v hornině se uvolní a způsobí snížení teploty solidu a dojde k tavení magmatu. Díky přítomnosti vody je eutektické složení taveniny posunuto ve prospěch  $\text{SiO}_2$  a vzniká andezitické magma.

Případně je možné, že od andezitického magmatu se ohřejí horniny zemské kůry, jež jsou převážně tvořené žulou, a tak vznikne ještě viskóznější ryolitické magma. Sopečné erupce nad místy podsouvání oceánské desky pod kontinentální mají opravdu výbušný charakter. Jako příklad může sloužit dobře zdokumentovaná exploze Mount St. Helens z roku 1980 nebo už dříve zmíněný Vesuv.

Samostatnou kategorií jsou sopky sedící na horkých skvrnách. Výskyt horkých skvrn je nezávislý na deskové tektonice, a tak tyto sopky jsou po zemské povrchu rozesety náhodně.

Tok horkého materiálu způsobujícího horkou skvrnu začíná na rozhraní zemského jádra a pláště. Díky rozdílu hustot horkého a studenějšího materiálu může tento horký materiál vystoupat až k zemské kůře, kde se zastaví pod horninami s nižší hustotou, protože zemská kůra má v průměru nejnižší hustotu ze všech částí zemského nitra.

Horký materiál se „rozplácne“ a vytvoří plášťový chochol. Od horkého materiálu se zahřejí a roztaví horniny nad ním. Charakter vulkánu nad horkou skvrnou je tak určen tím, jestli se horká skvrna nachází pod oceánskou kůrou nebo pod kontinentální kůrou. Z oceánské kůry, která má většinou bazaltické složení, vznikají štítové sopky jako na Havaji.

Naopak na horkých skvrnách pod kontinentální kůrou vznikají supervulkány, protože tavením kontinentální kůry vzniká viskózní žulové magma, které v sobě dokáže naakumulovat tlak potřebný k superexplozi. Příkladem je supervulkán Yellowstone v Severní Americe.

*Jindřich Jelínek*  
jjelinek@fykos.cz

**Úloha I.E ... Kdy už budou ty těstoviny?** 14 bodů; průměr 7,00; řešilo 93 studentů

Změřte závislost času začátku varu vody na jejím množství v nádobě. Měření opakujte několikrát pro alespoň pět různých objemů. Dbejte přitom na konzistentnost podmínek, zejména kritérium varu a počáteční teplotu vody, nádoby a sporáku. Výslednou závislost se pokuste vysvětlit.

*Dodáv boj se sporákem na koleji.*

*Jednoduchý model*

Ohrev vody je činnost, ktorú bežný človek vykoná aj niekoľkokrát denne. Väčšinou chceme, aby voda zovrela čo najskôr, či už pri varení večerných cestovín, rannej kávy alebo čaju. Zjednodušené môžeme popísať ohrev vody pomocou kalorimetrickej rovnice

$$Q = mc\Delta T = mc(T_f - T_i) ,$$

kde  $Q$  je teplo dodané vode,  $m$  je hmotnosť vody,  $c$  je merná tepelná kapacita vody a  $\Delta T$  je rozdiel počiatocnej  $T_i$  a koncovej teploty  $T_f$ , pričom predpokladáme, že pri koncovej teplote voda ešte nevríe. Dodané teplo sa dá jednoducho určiť ako súčin výkonu kanvice a času ako

$$Q = Pt = UIt = \frac{U^2}{R}t ,$$

kde sme využili vzťah pre výkon v elektrickom obvode pre súčiastku pod napätím  $U$ , ktorou tečie prúd  $I$  a má elektrický odpor  $R$ . Všetko teplo  $Q$  nezohrieva len vodu, no ešte musíme zohriať aj varné teleso, ktorému dodáme teplo

$$Q = C(T_f - T_i) ,$$

kde  $C$  je tepelná kapacita varného telesa. Ak by sme túto sústavu považovali za uzatvorenú (žiadne odparovanie vody) a tepelne izolovanú, výsledný vzťah pre čas varenia by po dosadení za hmotnosť vody z objemu  $m = \rho V$  vyzeral

$$t = \frac{C(T_f - T_i) + \rho vc(T_f - T_i)}{\frac{U^2}{R}} . \quad (6)$$

Ak predpokladáme, že v priebehu varenia sa jednotlivé veličiny nemenia dostávame lineárnu závislosť času na objeme.

*Postup merania a použité pomôcky*

Meranie sme vykonávali pre rýchlovarnú kanvicu s objemom povoleným na ohrev vody medzi polovicou a celým litrom s deklarovaným výkonom  $P = 1000 \text{ W}$  s použitím vody z kohútika. Objem vody v kanvici sme merali s dvomi rôznymi hrnčkami, ktorých vlastný objem sme určili s pomocou kuchynských váh ako  $V_1 = 145 \text{ ml}$ ,  $V_2 = 330 \text{ ml}$ , kde chybu merania objemu pre oba hrnčky počas experimentu odhadujeme na  $\Delta V_0 = 10 \text{ ml}$ .

Pri prepočte sme vzhľadom na presnosť použili hustotu vody  $\rho = 1,00 \text{ g}\cdot\text{ml}^{-1}$ . Čas sme merali od spustenia kanvice po automatické vypnutie kanvice vnútorným termostatom pomocou hodínok s presnosťou  $\Delta t = 1 \text{ s}$ .

Pred začiatkom merania sme napustili všetku potrebnú vodu do veľkého hrnca a počkali, kým sa jej teplota vyrovnala s teplotou v miestnosti. Teplota použitej vody a vzduchu bola priebežne monitorovaná a pohybovala sa v medziach od  $T_i = 22\text{ }^\circ\text{C}$  do  $T_f = 24\text{ }^\circ\text{C}$ .

Pred začiatkom merania nebola kanvica aspoň pol dňa použitá, bola tak izbovej teploty. Z hrnca sme do nej naliali potrebný objem vody a tú nechali variť. Z kanvice sme po jej vypnutí vyliali vodu a hneď na to sme ju dôkladne vypláchli studenou vodou (s teplotou približne  $19\text{ }^\circ\text{C}$ ). Následne sme do kanvice znovu napustili studenú vodu a nechali 10 minút stáť. Túto vodu sme vyliali a po ďalších piatich minútach stáťia na vzduchu sme začali ďalšie meranie.

### Výsledky merania

Namerané hodnoty sú uvedené v tabuľke 1 spolu s poradovým číslom merania  $N$  v prvom stĺpci. Chyba merania objemu bola určená ako  $\Delta V = \sqrt{n}\Delta V_0$ , kde  $n$  je počet hrnčekov vody, ktoré tvorili daný objem.

Tab. 1: Namerané časy  $t$  potrebné na zovretie objemu  $V$  vody.

N	$\frac{V}{\text{ml}}$	$\frac{t}{\text{s}}$
7	$145 \pm 10$	115
1	$330 \pm 10$	208
4	$475 \pm 14$	246
2	$660 \pm 14$	316
5	$805 \pm 17$	372
3	$990 \pm 17$	472
6	$1\,135 \pm 20$	520

Túto závislosť sme následne preložili lineárnou závislosťou  $t = a + bV$  a hodnoty koeficientov boli určené pomocou programu *Gnuplot* metódou najmenších štvorcov  $a = (69 \pm 9)\text{ s}$ ,  $b = (0,403 \pm 0,014)\text{ s}\cdot\text{ml}^{-1}$ . Nameraná závislosť spolu s lineárnou závislosťou je vynesená v grafe 5.

### Diskusia

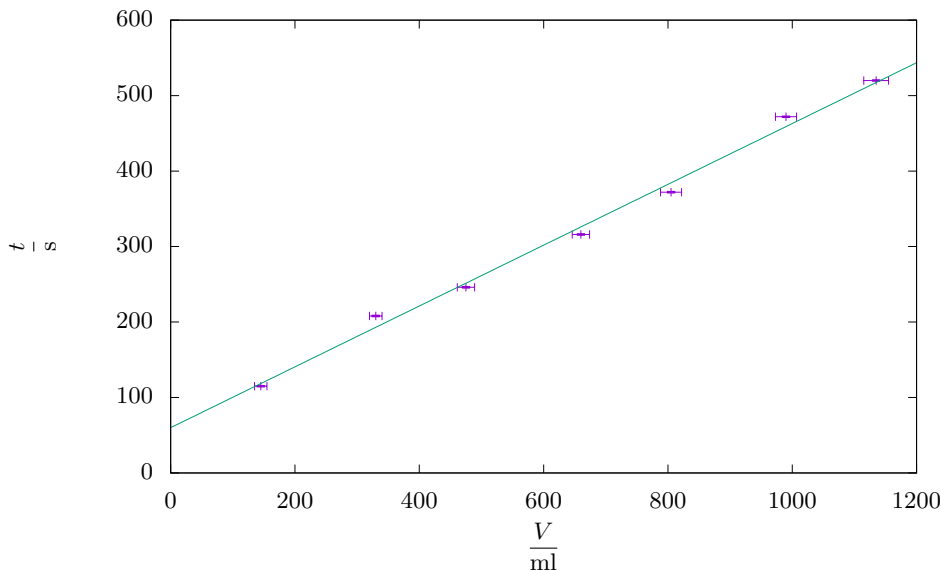
Ak zohľadníme chyby merania, tak nameraná závislosť dobre zodpovedá lineárnemu fitu. Nepresnosť merania je daná, či už presnosťou merania objemu, ktorá by šla zlepšiť priamym vážením jednotlivých použitých objemov, ale aj použitím odmerného valca.

Chybu merania času, ktorá je daná presnosťou merania hodinami, v skutočnosti prevyšuje chyba daná počiatočnou teplotou a teplotou na konci merania. Voda v čase zopnutia termostatu vrela v celom objeme niekoľko sekúnd, v závislosti od množstva vody 5 – 15 s.

Ak prevedieme nepresnosť merania teploty, ktorá je asi jeden stupeň, na vplyv určenia času využitím (6) a zanedbaním tepla dodaného kanvici, tak máme  $\delta t = t \frac{\Delta T}{T_f - T_i} \approx 0,013t$ . Pri nami meraných časoch ide o hodnotu 1,5 – 7 s.

Presnosť merania sa dá zvýšiť využitím digitálneho teplomera so sondou priamo vo varenej vode a detekciou bodu varu ako prechodu od narastajúcej teploty (v našom prípade lokálne

blízko lineárneho priebehu) na konštantnú závislosť počas samotného varu. v tomto prípade je ale nutné do fitovania zahrnúť rôznu počiatočnú teplotu vody.



Obr. 5: Závislosť doby varenia vody na jej objeme.

Najproblematickejšie je kvantifikovať vplyv počiatočnej teploty kanvice. Vidíme, že teplo dodané kanvici zodpovedá asi  $a/b = 150$  ml vody, neistota jeden stupeň v počiatočnej teplote tak bude zodpovedať asi dvom sekundám.

Máme za to, že naším postupom merania sme zabezpečili homogenitu počiatočnej teploty práve v tomto ráde. Určiť túto teplotu je však náročné, keďže časti kanvice z rozdielnych materiálov sa voči tepelným zmenám chovajú rôzne a majú tak jemne odlišné počiatočné teploty.

Na záver sa pozrime na javy, ktoré by sme museli zohľadniť pri presnejšom meraní, či inej konfigurácii. Vyjdeme z rovnice (6) a prediskutujeme jednotlivé veličiny.

- *Tepelná kapacita* je vo všeobecnosti závislá na teplote. v našom intervale teplôt sa meraná kapacita vody pohybuje v rozmedzí  $4180 - 4216 \text{ kJ}\cdot\text{kg}\cdot\text{K}^{-1}$ <sup>8</sup>. Vzhľadom na povahu merania – meriame vždy medzi dvomi konkrétnymi teplotami – by táto premenlivosť nemala mať priamy vplyv. Primárne nás zaujíma celkové teplo, ktoré vode musíme dodať, nie prerozdelenie tohto tepla do jednotlivých tepelných podintervalov.
- *Tepelný výkon zdroja* je taktiež závislý na teplote prostredníctvom závislosti elektrického odporu varného telesa. S rastúcou teplotou odpor klesá až do dosiahnutia stálej hodnoty pri pracovnej teplote. v prvých sekundách je tak výkon kanvice výrazne vyšší ako neskôr.

<sup>8</sup>Water - Specific Heat. The Engineering ToolBox [online]. Dostupné z: [https://www.engineeringtoolbox.com/specific-heat-capacity-water-d\\_660.html](https://www.engineeringtoolbox.com/specific-heat-capacity-water-d_660.html)

- *Teplné straty* sú ďalším dôležitým javom. Jedná sa hlavne o straty *vedením tepla* z kanvice do okolia a *skupenské teplo* stratené pri *vyparovaní vody*. Oba tieto javy sú výraznejšie, čím je teplota vody vyššia. Môžeme preto očakávať, že v prípade väčších objemov vody, ktoré strávia na vyšších teplotách viac času budú straty vyššie a doba varenia sa výrazne predĺži. Extrémnym prípadom môže byť situácia, keď máme príliš slabý zdroj tepla a veľa vody, teda jej teplota sa ustáli na hodnote dokonca pod bodom varu. v tomto prípade nás „zachráni“ obvykle výpar vody pri teplote pod bodom varu – postupné znižovanie objemu vody posunie rovnováhu k vyšším teplotám. Vyparovanie vody však môže mať vplyv aj pri obvyklých situáciách – pri varení vody tak skončíme s menším množstvom vody ako sme začali. Tomuto vieme zabrániť použitím pokrievky, na ktorej vyparená voda spätne kondenzuje. Oproti odokrytému hrncu tak voda zovrie výrazne rýchlejšie. Zaujímavým prípadom sú tlakové hrnce – vzhľadom na uzatvorenosť sústavy dochádza počas varenia k zvyšovaniu tlaku a tak aj k posunu teploty varu k vyšším hodnotám a predĺženie doby potrebnej na zovretie – to však v tomto prípade obvykle nie je naším cieľom.

## Záver

Premerali sme závislosť doby varenia vody na jej objeme v rýchlovarnej kanvici. Nameraná závislosť je lineárna, pričom asi minúta varenia je spotrebovaná na ohriatie samotnej kanvice. V našom prípade sme nepozorovali zmenu závislosti vplyvom tepelných strát pri vyšších objemoch.

## Poznámky k došlým řešením

Riešenia boli hodnotené podľa nasledujúcej metriky: 2 body za teóriu, 4 body za postup / návrh / pomôcky či spôsob experimentu, 3 body za získané výsledky a 5 bodov za diskusiu / spracovanie nameraných údajov a uvedenie si efektov, ktoré hrali rolu.

Medzi najčastejšie chyby patrilo neuvedenie si tepla potrebného na zohriatie variča, čo sa v grafe prejavilo nenulovým koeficientom  $b$  v lineárnej závislosti  $ax + b$ . Ďalej treba viacej popisovať postup experimentu a zdôvodňovať výpočty či príslušné kroky, argumentami obhájiť odhady chýb merania a správne s nimi počítat a výsledky uvádzať na platné číslice. Netreba sa báť aj väčších chýb (napokon ide o domáce experimenty), len treba ukázať, že ste si ich vedomí, správne ich odhadnete a následne s nimi počítate.

Dané veci sa môžete naučiť napr. na stránkach FYKOSu v sekcií jak na experimenty<sup>9</sup>; z minulých seriálov<sup>10</sup> zo zdrojov FO<sup>11</sup> poprípade aj z nahraného kurzu na MFF<sup>12</sup>.

V riešení sa také častokrát objavil mierny nesúlاد experimentu s teóriou, ktorý byl zpravidla ignorován. Práve vysvetlovaním daných nesúlادov sa posúva vedecké poznanie dopredu, napokon ako sa vtípne poznamenáva: „Poruš božské zákony a ideš do pekla, poruš tie fyzikálne a ideš do Štokholmu.“

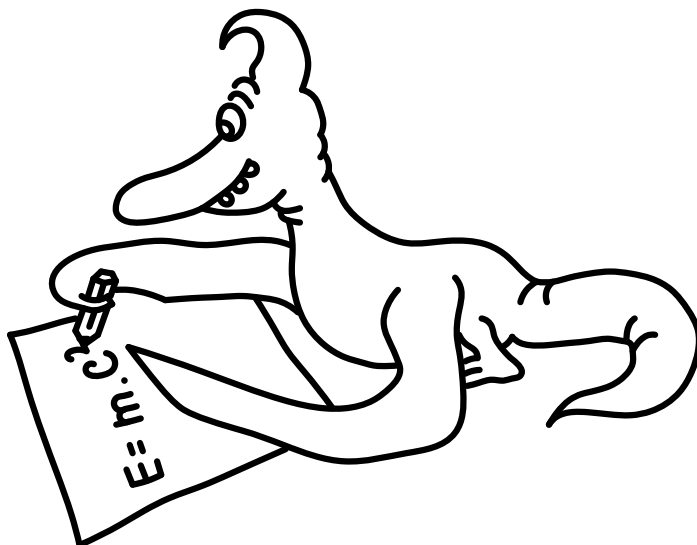
**Jozef Lípták**  
liptak.j@fykos.cz

<sup>9</sup><https://fykos.cz/sex/jak-na-to>

<sup>10</sup><https://fykos.cz/rocnik30/serial/start>

<sup>11</sup><http://fyzikalniolympiada.cz/texty/mereni.pdf>

<sup>12</sup><https://physics.mff.cuni.cz/kfnt/vyuka/upf/cizek/index.html>



*Pořadí řešitelů po I. sérii*

Kompletní výsledky najdete na <http://fykos.cz>.

## Kategorie prvních ročníků

jméno <i>Student</i> <i>Pilný</i>	škola MFF UK	1	2	3	4	5	P	E	S	I	„%“%	Σ
		6	6	5	7	8	10	14	10	66	100 18	66
1. David Něnička	G, Rožnov pod Radhoštěm	6	6	3	7	4	10	9	–	45	80 12	45
2.–3. Matouš Mišta	G, Olomouc-Hejčín	6	2	4	5	3	6	12	6	44	67 12	44
2.–3. Michal Stroff	G, Budějovická, Praha	6	6	5	8	6	7	6	–	44	79 12	44
4. Ivan Žemlička	G Ústavní, Praha	6	6	4	4	–	10	9	–	39	81 10	39
5. Pavla Šimová	G, Šumperk	6	6	–	1	–	12	12	–	37	86 10	37
6. Jan Theodor Hrdý	BG B. Balbína, Hradec Králové	6	6	5	5	4	1	6	3	36	55 10	36
7.–8. Adam Bretšnajder	G Z. Wintra, Rakovník	6	6	5	2	5	5	5	–	34	61 9	34
7.–8. Tomáš Kubrický	G Poštová, Košice	6	4	5	–	–	6	13	–	34	83 9	34
9. Vladimír Slanina	G Poštová, Košice	6	4	5	–	–	8	8	–	31	76 8	31
10. Patrik Štencel	Mendelovo G, Opava	6	4	5	–	–	–	11	–	26	84 7	26
11. Michal Branda	G Dašická, Pardubice	4	–	4	2	2	5	7	–	24	48 6	24
12. Adam Pustka	G F. X. Šaldy, Liberec	6	–	5	–	3	8	–	–	22	76 6	22
13.–14. Tomáš Bourek	G J. Heyrovského, Praha	6	4	2	2	–	6	–	–	20	59 5	20
13.–14. Petr Toman	G, Velké Meziříčí	2	–	5	4	–	4	4	1	20	38 5	20
15.–16. Petr Brettschneider	G, Dukelská, Bruntál	6	4	1	2	–	4	2	–	19	40 5	19
15.–16. Václav Verner	PORG, Praha	6	4	2	2	–	1	3	1	19	33 5	19
17. Michal Sykáček	G a SOŠPg Jeronýmova, Liberec	6	2	2	–	–	–	6	–	16	52 4	16
18. Barbora Edlová	G, Tachov	2	–	–	–	–	7	6	–	15	50 4	15
19.–21. Vojtěch Janáček	G F. X. Šaldy, Liberec	4	–	–	–	0	8	–	–	12	50 3	12
19.–21. Matyáš Matta	Masarykovo G, Plzeň	6	–	–	6	–	–	–	–	12	92 3	12
19.–21. Vojtěch Trnka	G J. Vrchlického, Klatovy	4	2	–	2	–	4	–	–	12	41 3	12
22.–23. Adam Filip	G, Česká Lípa	4	2	5	–	–	–	–	–	11	65 3	11
22.–23. Eduard Plic	Masarykovo G, Plzeň	6	–	5	–	–	–	–	–	11	100 3	11
24.–27. Ondřej Hejsek	G a SOŠ, Jilemnice	2	4	2	1	1	–	–	–	10	31 2	10
24.–27. Kryštof Mazera	G Jírovцова, České Budějovice	6	4	–	–	–	–	–	–	10	83 2	10
24.–27. Jáchym Předota	G Jírovцова, České Budějovice	6	–	4	–	–	–	–	–	10	91 2	10
24.–27. Lucie Roskovská	G, Ohradní, Praha-Michle	6	4	–	–	–	–	–	–	10	83 2	10
28. Marek Kalenda	G Brno, tř. Kpt. Jaroše	2	2	3	2	–	–	–	–	9	38 2	9
29. Lucie Martinková	G B. Němcové, HK	4	4	–	–	–	–	–	–	8	67 2	8
30. Jan Hrdina	G Na Vítězné pláni, Praha	4	2	–	–	–	–	1	–	7	27 2	7
31.–32. Dominik Marton	G Poštová, Košice	6	–	–	–	–	–	–	–	6	100 1	6
31.–32. Veronika Roskovská	G, Ohradní, Praha-Michle	6	–	–	–	–	–	–	–	6	100 1	6
33.–34. Matěj Hušek	G, Turnov	2	–	3	–	–	–	–	–	5	45 1	5
33.–34. Vilém Učík	G J. Jungmanna, Litoměřice	4	0	–	1	–	–	–	–	5	26 1	5
35.–36. Yahor Herashchanka	G, Turnov	4	–	–	–	–	–	–	–	4	67 1	4
35.–36. Tomáš Otrubčák	G Ludovíta Štúra, Trenčín	4	–	–	–	–	–	–	–	4	67 1	4
37. Miroslav Pajger	Bilingválne G, Sučany	–	0	–	–	–	–	0	–	0	0 0	0

## Kategorie druhých ročníků

jméno <i>Student</i> <i>Pilný</i>	škola MFF UK	1	2	3	4	5	P	E	S	I	„%“%	Σ
		6	6	5	7	8	10	14	10	66	100 18	66
1. Vladimíra Jiříčková	G J. Vrchlického, Klatovy	6	4	5	7	–	11	8	4	45	78 12	45
2. Jan Klár	G B. Hrabala	6	6	1	5	7	6	–	7	38	73 10	38
3.–5. Lukáš Línhart	G P. Bezruč, Frýdek-Místek	6	4	–	–	–	10	12	4	36	78 10	36
3.–5. Veronika Plevná	G, Cheb	6	2	5	4	1	10	8	–	36	64 10	36
3.–5. Radek Truhlář	G, Cheb	6	6	5	4	2	10	3	–	36	64 10	36
6. Jakub Savula	G Jírovцова, České Budějovice	6	4	5	–	–	9	8	1	33	65 9	33

jméno	škola	1	2	3	4	5	P	E	S	I	„%“%	Σ
<i>Student Pilný</i>	MFF UK	6	6	5	7	8	10	14	10	66	100 18	66
7. Daniel Čtvrtečka	G Christiana Dopplera, Praha	6	-	-	-	-	10	10	4	30	75 8	30
8.-9. Richard Materna	G Brno, tř. Kpt. Jaroše	6	4	-	5	-	6	8	-	29	67 8	29
8.-9. Lukáš Váňa	G P. Bezruč, Frýdek-Místek	6	2	3	2	2	7	7	-	29	52 8	29
10. Martin Chrostek	G P. Bezruč, Frýdek-Místek	6	2	2	1	2	10	5	-	28	50 7	28
11. Antonie Fejfarová	G Botičská, Praha	4	4	-	1	-	10	5	-	24	56 6	24
12.-13. Klára Plochová	G, Boskovice	6	4	5	2	1	5	-	-	23	55 6	23
12.-13. Maxmilian Ladislav Skuda	G, Boskovice	6	2	5	-	1	4	5	-	23	47 6	23
14. Václav Vinkler	Wichterlovo G, Ostrava	6	2	-	-	1	6	7	-	22	50 6	22
15.-17. Veronika Bartáková	Slovanské G, Olomouc	6	2	2	-	-	-	8	3	21	51 5	21
15.-17. Marek Pučejdl	G J. V. Jirsíka, Č. Budějovice	6	-	5	-	-	10	-	-	21	100 5	21
15.-17. Vít Ríha	G Volgogradská 6a, Ostrava	2	2	5	1	-	7	4	-	21	44 5	21
18.-19. Monika Drezlerová	G, Rožnov pod Radhoštěm	6	2	3	1	-	4	4	-	20	42 5	20
18.-19. Benjamín Král	G, Hlinsko	4	-	1	2	1	6	6	-	20	40 5	20
20. Vojtěch Minárik	G, Slaný	6	6	4	3	-	-	-	-	19	79 5	19
21.-22. Anežka Čechová	G Brno, tř. Kpt. Jaroše	6	2	-	-	-	5	4	-	17	47 4	17
21.-22. Aneta Vašíčková	G Dašická, Pardubice	2	0	-	-	-	10	5	-	17	47 4	17
23.-24. Patrik Číhal	Klvaňovo G Kyjov	6	2	5	-	-	-	-	-	13	76 3	13
23.-24. Jakub Svobodník	G Volgogradská 6a, Ostrava	6	-	-	-	-	-	7	-	13	65 3	13
25.-27. Barbora Klusáková	BG B. Balbína, Hradec Králové	6	6	-	-	-	-	-	-	12	100 3	12
25.-27. David Mendl	G P. de Coubertina, Tábor	6	-	-	-	-	-	6	-	12	60 3	12
25.-27. Filip Neubauer	Akademické G, Praha	6	4	2	-	-	-	-	-	12	71 3	12
28.-32. Vítězslav Lamoš	G, Omská, Praha	6	0	-	-	-	5	-	-	11	50 3	11
28.-32. Vojtěch Martínek	Mendelovo G, Opava	4	4	3	0	-	-	0	-	11	29 3	11
28.-32. Tadeáš Roblík	G, Židlochovice	4	0	-	1	0	6	-	-	11	30 3	11
28.-32. Tereza Teplanská	Mendelovo G, Opava	4	4	3	0	-	-	0	-	11	29 3	11
28.-32. Jan Zrůst	G Botičská, Praha	2	-	5	4	-	-	-	-	11	61 3	11
33. Filip Rásó	Súkromné Bilingválne G., Galanta	0	-	5	5	-	-	-	-	10	56 2	10
34. Filip Hanzlík	G Jana Nerudy, Praha	6	2	-	-	-	-	-	-	8	67 2	8
35. Lukáš Müller	Podkrušnohorské G, Most	2	2	-	1	-	1	1	-	7	16 2	7
36.-40. Jakub Červeňan	G J. Pivečky, Slavičín	6	-	-	-	-	-	-	-	6	100 1	6
36.-40. Filip Hošek	Masarykovo klasické G, Říčany	6	-	-	-	-	-	-	-	6	100 1	6
36.-40. Julie Matulová	G Dobruška	6	-	-	-	-	-	-	-	6	100 1	6
36.-40. David Theodor Nimrichtr	G Dašická, Pardubice	6	-	-	-	-	-	-	-	6	100 1	6
36.-40. Marek Štorek	G, Nad Alejí, Praha	6	-	-	-	-	-	-	-	6	100 1	6
41.-44. Kristýna Bělušová	G J. Pivečky, Slavičín	4	-	-	-	-	-	-	-	4	67 1	4
41.-44. Michal Hrotko	G Ludovíta Štúra, Trenčín	2	0	0	2	-	-	-	-	4	17 1	4
41.-44. Michaela Radoměřská	G, Voděradská, Praha	4	-	-	-	-	-	-	-	4	67 1	4
41.-44. Jiří Sýkora	G, Trhové Sviny	2	2	-	-	-	-	-	-	4	33 1	4
45.-47. Peter Holý	G Ludovíta Štúra, Trenčín	2	-	-	-	-	-	-	-	2	33 0	2
45.-47. Anna Jiříčková	G a Hudební škola, Praha 3	2	-	-	-	-	-	-	-	2	33 0	2
45.-47. Aneta Vavřínová	G Dašická, Pardubice	2	-	-	-	-	-	-	-	2	33 0	2

## Kategorie třetích ročníků

jméno	škola	1	2	3	4	5	P	E	S	I	„%“%	Σ
<i>Student Pilný</i>	MFF UK	3	3	5	7	8	10	14	10	60	100 16	60
1. Ioana Milea	CN Mihai Eminescu, Satu Mare, RO	3	3	-	-	8	10	10	2	36	75 10	36



jméno	škola	1	2	3	4	5	P	E	S	I	„%“	%	Σ
<i>Student Pílný</i>	MFF UK	3	3	5	7	8	10	14	10	60	100	16	60
2. <i>Daniela Karpíšková</i>	Masarykovo G, Plzeň	3	1	4	5	4	10	8	-	35	70	9	35
3. <i>Denisa Trnková</i>	G Nad Štolou, Praha	2	1	2	4	-	13	11	-	33	79	9	33
4. <i>David Bálek</i>	G Legionářů, Příbram	3	3	5	7	8	-	-	6	32	89	8	32
5.-8. <i>Michal Kišš</i>	G Ludovíta Štúra, Trenčín	3	2	3	6	2	10	5	-	31	62	8	31
5.-8. <i>Jakub Mikáč</i>	G Dobruška	3	3	5	5	-	10	5	-	31	74	8	31
5.-8. <i>Miruna Neacsu</i>	Inter. Computer HS, Bucharest, RO	3	1	4	2	4	9	8	-	31	62	8	31
5.-8. <i>Pavel Provažník</i>	G Dašická, Pardubice	3	3	5	5	2	-	9	4	31	62	8	31
9. <i>Pavel Horský</i>	G, Brno-Řečkovice	3	3	3	5	8	8	-	-	30	83	8	30
10.-12. <i>Mikuláš Fiala</i>	G Botičská, Praha	3	3	5	1	3	5	9	-	29	58	8	29
10.-12. <i>Tereza Hochmanová</i>	G Chotěboř	3	2	4	1	-	9	8	2	29	56	8	29
10.-12. <i>Lukáš Létal</i>	G J. Škody, Přerov	2	2	5	4	-	9	7	-	29	69	8	29
13.-14. <i>Jakub Hadač</i>	G V. Hlavatého, Louny	1	1	3	2	1	-	12	6	26	52	7	26
13.-14. <i>Ladislav Vávra</i>	G, Rožnov pod Radhoštěm	2	1	2	2	1	10	8	-	26	52	7	26
15.-16. <i>Vojtěch Haslinger</i>	G, Lovosice	2	1	-	2	9	11	-	-	25	66	7	25
15.-16. <i>Adam Póša</i>	G Alejová, Košice	3	3	5	4	3	7	-	-	25	69	7	25
17.-18. <i>Tereza Blažková</i>	G a ZŠ G. Jarkovského, Praha	2	3	4	2	-	5	6	2	24	46	6	24
17.-18. <i>Tereza Voltrová</i>	G Mikulášské n. 23, Plzeň	3	-	-	-	-	13	8	-	24	89	6	24
19. <i>Martin Kysela</i>	G, Český Krumlov	3	0	5	5	1	-	9	-	23	58	6	23
20.-23. <i>Ivana Durkošová</i>	G, Dexnerova, Vranov n. Topleu	3	0	3	-	1	8	6	-	21	49	5	21
20.-23. <i>Katarína Horská</i>	G Jana Keplera, Praha	3	1	2	2	1	7	2	3	21	35	5	21
20.-23. <i>Alexander Stoyanov</i>	91 Germ. Lang. Sch. "Pr. K. G"	1	0	3	2	1	6	8	-	21	42	5	21
20.-23. <i>Jonáš Venc</i>	G, Havlíčkův Brod	3	3	-	-	1	10	4	-	21	55	5	21
24.-25. <i>Petr Piňos</i>	Biskupské G, Brno	3	1	-	2	4	-	10	-	20	57	5	20
24.-25. <i>Karolína Žídková</i>	G O. Havlové, Ostrava	1	-	5	1	-	5	8	-	20	51	5	20
26. <i>Jiří Vestfál</i>	G a SOŠPg Jeronýmova, Liberec	3	2	5	-	-	-	7	-	17	68	4	17
27. <i>Jonáš Dej</i>	Wichterlovo G, Ostrava	-	-	-	-	8	-	-	8	16	89	4	16
28. <i>Václav Tichavský</i>	G Jana Nerudy, Praha	1	3	5	4	2	-	-	-	15	58	4	15
29.-31. <i>Viliam Geffert</i>	G Poštova, Košice	3	-	-	-	-	-	11	-	14	82	3	14
29.-31. <i>Vojtěch Lančarič</i>	SPŠ Praha 10	3	3	3	5	-	-	-	-	14	78	3	14
29.-31. <i>Jakub Petrovický</i>	BG B. Balbína, Hradec Králové	2	1	-	-	-	5	6	-	14	47	3	14
32. <i>Mikuláš Sulovský</i>	G F. X. Šaldy, Liberec	1	0	-	-	-	6	6	-	13	43	3	13
33. <i>Jiří Jirásek</i>	G Mikulášské n. 23, Plzeň	3	-	3	-	5	-	-	-	11	55	3	11
34.-37. <i>Patrik Bašo</i>	G Ludovíta Štúra, Trenčín	3	1	-	6	-	-	-	-	10	77	2	10
34.-37. <i>Jiří Polách</i>	G, Frýdlant nad Ostravicí	3	2	-	-	-	5	-	-	10	63	2	10
34.-37. <i>Štěpán Šmětka</i>	Letohradské soukromé gymnázium L	1	-	-	-	-	2	7	-	10	37	2	10
34.-37. <i>Martin Švanda</i>	Arcibiskupské G, Praha	3	3	-	3	-	1	-	-	10	43	2	10
38. <i>Zdeněk Hartman</i>	G, Broumov	3	1	5	-	-	-	-	-	9	82	2	9
39.-41. <i>Matej Donoval</i>	ŠpMNDaG, Bratislava	3	-	5	-	-	-	-	-	8	100	2	8
39.-41. <i>Matěj Olič</i>	G V. Hlavatého, Louny	3	1	-	-	4	-	-	-	8	50	2	8
39.-41. <i>Michaela Valtrová</i>	Mendelovo G, Opava	3	1	3	1	-	-	-	-	8	44	2	8
42. <i>Jan Tomšej</i>	G P. Bezruč, Frýdek-Místek	1	-	5	-	-	-	1	-	7	32	2	7
43.-45. <i>Lída Kačenková</i>	G, Budějovická, Praha	3	1	1	1	-	-	-	-	6	33	1	6
43.-45. <i>Tomaš Názler</i>	SPŠ a VOŠT Brno	2	3	-	-	-	1	0	-	6	20	1	6
43.-45. <i>Juraj Pavolko</i>	G, P. Horova, Michalovce	1	0	0	4	1	-	-	-	6	23	1	6
46.-47. <i>Dávid Jopek</i>	G Poštova, Košice	3	1	1	0	-	-	-	-	5	28	1	5
46.-47. <i>Petr David Lanča</i>	G, Frýdlant nad Ostravicí	3	2	-	-	-	-	-	-	5	83	1	5
48.-49. <i>Josef Ferda</i>	G dr. A. Hrdličky, Humpolec	3	1	-	-	-	-	-	-	4	67	1	4

jméno <i>Student Pilný</i>	škola MFF UK	1	2	3	4	5	P	E	S	I	„%“	%	Σ
		3	3	5	7	8	10	14	10	60	100	16	60
48.–49. <i>Barbora Růžičková</i>	G, Moravská Třebová	3	1	–	–	–	–	–	–	4	67	1	4
50.–53. <i>Barbora Čemanová</i>	G Poštová, Košice	3	0	–	–	–	–	0	–	3	15	0	3
50.–53. <i>Patrik Jendele</i>	SPŠ stavební Plzeň	3	–	–	–	–	–	–	–	3	100	0	3
50.–53. <i>Jan Petkov</i>	Mendelovo G, Opava	3	–	–	–	–	–	–	–	3	100	0	3
50.–53. <i>Jaromír Potůček</i>	G Jana Keplera, Praha	3	–	–	–	–	–	–	–	3	100	0	3
54.–56. <i>Marek Plachý</i>	G, Jateční, Ústí nad Labem	2	–	–	–	–	–	–	–	2	67	0	2
54.–56. <i>Karolína Prasková</i>	Masarykova sš zemědělská a voš O	1	1	–	–	–	–	–	–	2	33	0	2
54.–56. <i>Michal Puš</i>	G Nad Kavalírkou, Praha	2	–	–	–	–	–	–	–	2	67	0	2
57. <i>Filip Msallam</i>	G, Nad Alejí, Praha	1	–	–	–	–	–	–	–	1	33	0	1
58. <i>Vojtěch Svoboda</i>	G, Budějovická, Praha	0	–	–	0	–	–	–	–	0	0	0	0

## Kategorie čtvrtých ročníků

jméno <i>Student Pilný</i>	škola MFF UK	1	2	3	4	5	P	E	S	I	„%“	%	Σ
		3	3	5	7	8	10	14	10	60	100	16	60
1. <i>David Chudožilov</i>	Reálné G a ZŠ, Prostějov	3	3	5	3	8	13	14	4	53	88	14	53
2. <i>Josef Vácha</i>	G Jana Keplera, Praha	3	3	5	8	7	–	10	8	44	88	12	44
3. <i>Aleš Opl</i>	G a Hudební škola, Praha 3	3	3	5	7	8	–	14	3	43	86	12	43
4. <i>Elena Chocholáková</i>	G L. Svobodu, Humenné	3	3	3	7	6	–	13	7	42	84	11	42
5. <i>Vojtěch Stránský</i>	G Brno, tř. Kpt. Jaroše	3	2	5	5	7	9	7	–	38	76	10	38
6. <i>Pavlna Zavřelová</i>	Biskupské G, Brno	3	2	5	5	6	8	7	–	36	72	10	36
7. <i>Jan Pijáček</i>	Biskupské G, Brno	2	2	4	7	2	7	10	1	35	58	9	35
8. <i>Daniel Skýpala</i>	G, Olomouc-Hejčín	3	3	–	5	4	7	10	2	34	62	9	34
9. <i>Filip Vrto</i>	G J. Škody, Přerov	3	1	3	5	1	11	8	–	32	64	8	32
10. <i>Aneta Piklová</i>	G, Strakonice	2	1	–	6	2	7	11	2	31	56	8	31
11. <i>Matěj Charousek</i>	G Na Vítězné pláni, Praha	1	3	3	5	6	12	–	0	30	65	8	30
12. <i>Jakub Mikeš</i>	G J. Škody, Přerov	3	1	5	5	6	8	–	–	28	78	7	28
13. <i>Jiří Kohl</i>	Biskupské G, Brno	3	3	5	7	8	–	–	–	26	100	7	26
14. <i>Marie Lausová</i>	G, Jihlava	3	1	1	1	1	10	8	–	25	50	7	25
15. <i>Adam Krška</i>	G, Mikulov	3	3	–	5	–	–	12	–	23	85	6	23
16. <i>Tomáš Heger</i>	Jiráskovo G, Náchod	3	1	3	5	6	–	4	–	22	55	6	22
17.–18. <i>Nicolas Gavorník</i>	G, Myjava	3	1	2	3	–	10	–	–	19	68	5	19
17.–18. <i>Aleš Manuel Papáček</i>	G, Třeboň	3	0	5	0	–	–	11	–	19	59	5	19
19.–20. <i>Jiří Harvalík</i>	G Mikulášské n. 23, Plzeň	3	2	4	5	4	–	–	–	18	69	5	18
19.–20. <i>Hynek Jakeš</i>	Slovanské G, Olomouc	3	3	5	2	5	–	–	–	18	69	5	18
21. <i>David Juda</i>	Gymnázium Brno-Bystrc	3	–	5	–	–	–	9	–	17	77	4	17
22.–23. <i>Martin Fedorko</i>	G J. A. Raymana, Prešov	3	1	5	–	–	–	7	–	16	76	4	16
22.–23. <i>Jakub Pelc</i>	G, Benešov	2	1	–	2	–	3	8	–	16	43	4	16
24. <i>Matouš Hofmeister</i>	G J. Barranda, Beroun	3	–	–	–	1	7	4	–	15	43	4	15
25. <i>Adam Hůštava</i>	European School Luxembourg II	3	–	–	–	2	–	9	–	14	56	3	14
26.–27. <i>Dávid Brodňanský</i>	G J. A. Raymana, Prešov	3	–	–	–	–	–	10	–	13	76	3	13
26.–27. <i>Lukáš Fidler</i>	Jiráskovo G, Náchod	2	–	5	6	–	–	–	–	13	87	3	13
28.–29. <i>Luboš Bariak</i>	G Tajovského, B. Bystrica	1	–	–	–	–	7	4	–	12	44	3	12
28.–29. <i>Matej Korž</i>	G J. A. Raymana, Prešov	3	2	–	–	–	–	7	–	12	60	3	12
30. <i>Eliška Malá</i>	Slovanské G, Olomouc	2	0	1	1	–	5	–	–	9	32	2	9
31. <i>Jan Marjanko</i>	G J. Jungmanna, Litoměřice	2	–	–	–	–	6	–	–	8	62	2	8
32. <i>Karel Podzimek</i>	BG B. Balbína, Hradec Králové	1	2	2	–	–	–	–	–	5	45	1	5
33. <i>Antonín Kubík</i>	G, Roudnice nad Labem	3	–	–	1	–	–	–	–	4	40	1	4
34.–39. <i>Jozef Mičan</i>	G Grösslingová, Bratislava	3	–	–	–	–	–	–	–	3	100	0	3

<b>jméno</b> <i>Student</i> <i>Přilný</i>	<b>škola</b> MFF UK	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>P</b>	<b>E</b>	<b>S</b>	<b>I</b>	<b>„%“</b>	<b>%</b>	<b>Σ</b>
		3	3	5	7	8	10	14	10	<b>60</b>	<i>100</i>	<i>16</i>	<b>60</b>
<b>34.–39.</b> <i>Matouš Novotný</i>	G, Křenová, Brno	1	0	0	0	0	2	0	0	<b>3</b>	<i>5</i>	<i>0</i>	<b>3</b>
<b>34.–39.</b> <i>Lukáš Ščerbanovský</i>	G, Dexnerova, Vranov n. Toplou	3	–	–	–	–	–	–	–	<b>3</b>	<i>100</i>	<i>0</i>	<b>3</b>
<b>34.–39.</b> <i>Jakub Šimek</i>	Gym Dr. A. Randy, Jablonec n. N.	3	–	–	–	–	–	–	–	<b>3</b>	<i>100</i>	<i>0</i>	<b>3</b>
<b>34.–39.</b> <i>Michal Uliáš</i>	Smíchovská SPŠ Praha 5	3	–	–	–	–	–	–	–	<b>3</b>	<i>100</i>	<i>0</i>	<b>3</b>
<b>34.–39.</b> <i>Nikita Ustinov</i>	G Jana Keplera, Praha	3	–	–	–	–	–	–	–	<b>3</b>	<i>100</i>	<i>0</i>	<b>3</b>





**FYKOS**  
*UK, Matematicko-fyzikální fakulta*  
*Ústav teoretické fyziky*  
*V Holešovičkách 2*  
*18000 Praha 8*

www: <https://fykos.cz>

e-mail: [fykos@fykos.cz](mailto:fykos@fykos.cz)



**@FYKOS**



**@fykosak**

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.