

Úloha IV.4 ... mravenčí

8 bodů; (chybí statistiky)

Mravenci přišli na zajímavý způsob vyhřívání mraveniště – vylezou ven, nechají se ohřát slunečním zářením a opět vlezou dovnitř, kde zase předají teplo mraveništi. To aproximujeme kuželem o výšce $H = 0,8\text{ m}$ s poloměrem podstavy $R_0 = 1,5\text{ m}$. Celulózové stěny s tepelnou vodivostí $\lambda = 0,039\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ jsou široké 2 cm .

Předpokládáme, že veškerá tepelná výměna mezi mraveništěm a okolím (které má teplotu $T_o = 10^\circ\text{C}$) je zprostředkována pouze mravenci a vedením přes stěny, tepelnou výměnu se zemí můžeme zanedbat. Mravenec váží $m = 5\text{ mg}$ a má měrnou tepelnou kapacitu odhadem $4000\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. Kolik mravenců vyhřátých na $T_m = 37^\circ\text{C}$ musí každou sekundu přilézt do mraveniště, aby v celém vnitřním objemu udrželi konstantní teplotu $T_M = 20^\circ\text{C}$?

Kátě se stýskalo po biologii.

Tepelný tok stěnou o ploše S a tloušťce a určíme jako

$$P = \frac{S\lambda\Delta T}{a},$$

kde $\Delta T = T_M - T_o$. Plochu mraveniště vypočteme pomocí standardního vzorce pro povrch kužele. Správně bychom měli tok určit rozdělením mraveniště na infinitezimálně tlusté kužely, protože každá „vrstva“ bude mít trochu jiný povrch, a proto i jinak povede teplo. Vzhledem k tomu, že $a \ll R_0$, můžeme tuto skutečnost zanedbat.

Povrch mraveniště bude $S = \pi R_0 \sqrt{R_0^2 + H^2}$, potom pro tepelné ztráty dostaneme

$$P = \frac{\pi R_0 \sqrt{R_0^2 + H^2} \lambda \Delta T}{a} \doteq 156\text{ W}.$$

Tok stěnami se musí rovnat teplu, které do mraveniště přinášejí mravenci. Každý mravenec s tepelnou kapacitou c přinese teplo

$$Q_m = cm(T_m - T_M).$$

Za sekundu jich do mraveniště přijde N . Tedy N -násobek tepla, jež do mraveniště přinese jeden mravenec, se musí rovnat tepelným ztrátám skrz stěny mraveniště. Porovnáním těchto dvou veličin dostaneme

$$N = \frac{P}{Q} = \frac{\pi R_0 \sqrt{R_0^2 + H^2} \lambda (T_M - T_o)}{acm(T_m - T_M)} \doteq 460\text{ s}^{-1}.$$

Po dosazení hodnot vychází, že pro udržení konstantní teploty musí do mraveniště každou sekundu přijít přibližně 460 vyhřátých mravenců.

Kateřina Charvátová

katerina.charvatova@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.