

Úloha III.E ... husté měření

12 bodů; průměr 8,40; řešilo 42 studentů

Sestavte si hustoměr, např. pomocí brčka a plastelíny, a změřte pomocí něj, jak závisí hustota vody na koncentraci rozpuštěné soli.

Tekutý Matěj.

Úvod

Předmětem úlohy bylo vyrobit v domácích podmínkách hustoměr a změřit hustoty vodných roztoků kuchyňské soli v závislosti na jejich koncentraci. Hustoměr je měřicí přístroj fungující na základě Archimedova zákona, v hustějších kapalinách se ponoří méně. Běžný hustoměr vypadá tak, že vespod se nachází závaží a nahoru vyběhá dlouhá dutá trubice se stupnicí. Po vhození do kapaliny se zorientuje svisle a tam, kde rovina hladiny protíná stupnici, odečteme hustotu kapaliny. Aby hustoměr fungoval správně, musí splňovat dva protichůdné požadavky:

- Spodní část hustoměru musí být co nejtěžší, aby se těžiště nacházelo co nejnižší. Čím níže je položeno těžiště, tím větší rozpětí hustot jsme schopni měřit.
- Průměrná hustota hustoměru nesmí překročit hustotu měřené kapaliny.

Zastavme se u prvního bodu. Představme si, že jsme hustoměr ponořili do kapaliny s vysokou hustotou. Větší část hustoměru vyčnívá nad hladinu. Působíště vztlakové síly se nachází v geometrickém středu ponořené části. Pokud by měl hustoměr vysoko položené těžiště, pak by se těžiště ocitlo nad působíštěm vztlakové síly a svislá poloha by pravděpodobně¹ nebyla stabilní.

Výroba hustoměru

Pro výrobu hustoměru jsme použili brčko s velkým průměrem. Je totiž vhodné, abychom získali co největší „dutý“ objem. Jako závaží jsme použili šroubek. Parametry použitého hustoměru jsou v tabulce 1. Při výpočtu průměrné hustoty jsme tvar hustoměru aproximovali válcem.

Tab. 1: Vlastnosti hustoměru.

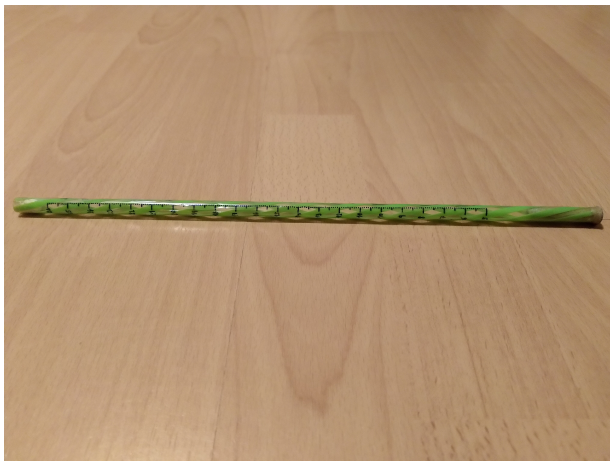
hmotnost	$m_h = (8,845 \pm 0,005) \text{ g}$
vnější průměr brčka	$r = (3,71 \pm 0,06) \text{ mm}$
výška	$l = (28,3 \pm 0,1) \text{ cm}$
průměrná hustota	$\rho_h = (723 \pm 24) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Nejobtížnější částí bylo nalezení lepidla, které pevně spojí kov s plastem a vydrží ve vodě. Použili jsme Chemoprén. Šroubek jsme přilepili na spodek hustoměru a také jsme zalepili otevřený vršek brčka, aby do něj náhodou nezatekla kapalina.

Na brčko jsme lihovým fixem nanесли stupnici v centimetrech. Stupnici jsme přelepili průhlednou izolepou kvůli ochraně² před setřením.

¹Vyhledejte si pojem „metacentrum“. I v případě, že se působíště vztlakové síly nachází pod těžištěm, může být hustoměr/plavidlo stabilní. Záleží, jak se posouvá působíště vztlakové síly při naklání tělesa. V závislosti na konstrukci může mít vzniklý moment sil tendenci vracet plavidlo do původní polohy. Troufáme si ale tvrdit, že vysoká štíhlá konstrukce hustoměru bude nestabilní.

²Později se projevil i jeden nezamýšlený pozitivní efekt. Jednou ze dvou kalibračních kapalin byl totiž líh a nápisy psané lihovým fixem jsou samozřejmě rozpustné v lihu. Izolepa tak uchránila stupnici před smytím.



Obr. 1: Námí zkonstruovaný hustoměr.

Teorie

Měřicí stupnici nejdříve zkalibrujeme pomocí dvou kapalin se známou hustotou a poté u neznámých kapalin přepočítáme údaje odečtené v centimetrech na hustotu. Díky tomu, že brčko má po celé délce konstantní plochu průřezu S , bude existovat jednoduchý přepočet polohy na hustotu. Předpokládejme, že jsme hustoměr ponořili do dvou kapalin se známými hustotami ρ_1 a ρ_2 , přičemž na stupnici jsme odečetli polohy h_1 a h_2 . Z Archimédova zákona vyplývá

$$\rho V_0 g + \rho_1 S h_1 g = \rho_2 V_0 g + \rho_2 S h_2 g = m_{hg}, \quad (1)$$

kde V_0 je objem části hustoměru pod začátkem stupnice. Z rovnice (1) můžeme vyjádřit poměr

$$\frac{V_0}{S} = \frac{\rho_1 h_1 - \rho_2 h_2}{\rho_2 - \rho_1}. \quad (2)$$

Se znalostí poměru V_0/S už snadno dopočítáme hustotu ρ každé kapaliny

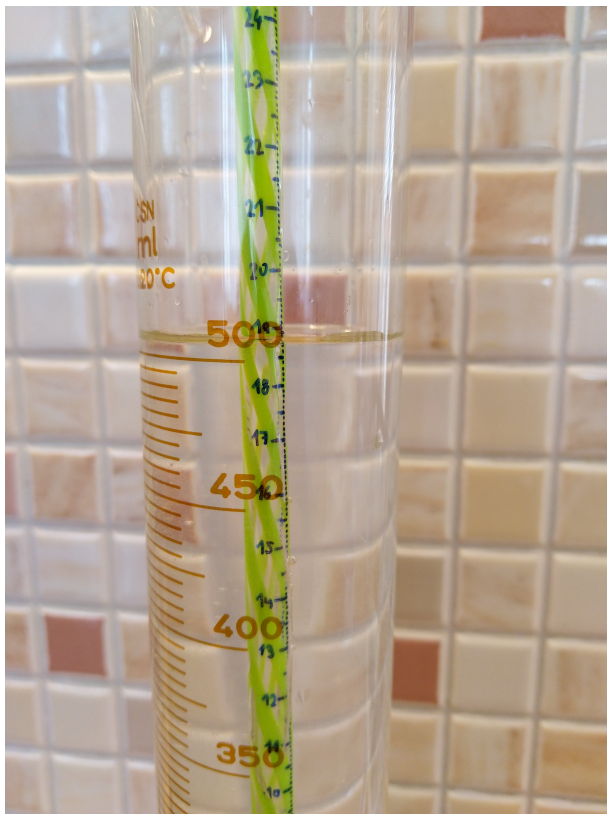
$$\begin{aligned} \rho V_0 g + \rho S h g &= \rho_1 V_0 g + \rho_1 S h_1 g = \rho_2 V_0 g + \rho_2 S h_2 g, \\ \rho &= \frac{\frac{V_0}{S} + h_1}{\frac{V_0}{S} + h} \rho_1 = \frac{\frac{V_0}{S} + h_2}{\frac{V_0}{S} + h} \rho_2. \end{aligned}$$

Po dosazení za V_0/S ze vztahu (2) vychází

$$\rho = \frac{\rho_1 \rho_2 (h_1 - h_2)}{\rho_1 (h_1 - h) + \rho_2 (h - h_2)}. \quad (3)$$

Koncentraci solného roztoku určíme jako

$$w = \frac{m_s}{m_s + m_v}, \quad (4)$$



Obr. 2: Použití hustoměru.

kde m_s resp. m_v jsou hmotnosti soli resp. vody v roztoku. Při teplotě 20°C je rozpustnost kuchyňské soli $35,86\text{ g}$ na 100 g vody, nasycený roztok má tedy koncentraci $26,39\%$ ³.

Závislost hustoty roztoku na koncentraci se nedá teoreticky spočítat, musí se určit experimentálně. Tabulková data⁴ ukazují, že růst hustoty s koncentrací je přibližně lineární (viz graf 3).

Měření

Měření hustoty kapalin jsme prováděli v odměrném válci. Potřebovali jsme totiž dostatečně hlubokou nádobu, aby se hustoměr neopíral o dno, která přitom musela mít co nejmenší objem, abychom omezili spotřebu soli.

Nejdříve jsme pomocí dvou kapalin se známou hustotou zkalibrovali hustoměr. Konkrétně se jednalo o vodu s hustotou $\rho_v = (996,5 \pm 0,5)\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a denaturovaný líh s hustotou $\rho_l =$

³Možná jste si vzpomněli na Mrtvé moře, které má salinitu 30 až 35% v závislosti na období. Tak vysoká salinita je umožněna tím, že v Mrtvém moři jsou rozpuštěny i jiné soli než chlorid sodný.

⁴http://old.pglbc.cz/files/chemie/hustoty_roztoku.pdf

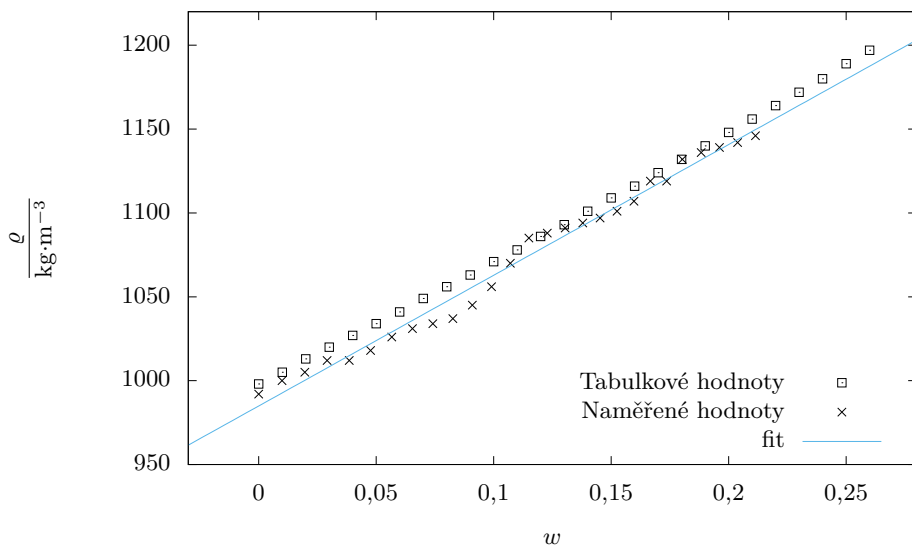
$= (801,5 \pm 0,4) \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Hladiny kapalin protly na stupnici polohy $h_v = (18,66 \pm 0,06) \text{ cm}$ a $h_l = (23,45 \pm 0,07) \text{ cm}$.

Poté jsme měřili hustoty solných roztoků. Do vody o hmotnosti $(500 \pm 1) \text{ g}$ jsme přisypávali sůl po pětigramových dávkách. Když množství soli překročilo 110 g , začali jsme přisypávat sůl po šesti gramech. Kvůli rychlejšímu rozpouštění jsme krystalky kuchyňské soli nadrtili v hmoždíři. Po vysypání soli do vody jsme roztok zamíchali. Když se hladina ustálila, vložili jsme do roztoku hustoměr a odečetli jsme polohu na stupnici. Poté jsme přisypali další dávku soli. Většina soli se díky drcení na jemné krystalky rozpustila okamžitě, avšak na dně odměrného válce se v průběhu experimentu navršila hromádka, která se nerozpustila ani po mnoha hodinách.

Hodnoty v centimetrech ze stupnice hustoměru jsme přepočítali na hustoty podle vztahu (3). Naměřené hodnoty jsou v tabulce 2. Závislost hustoty na koncentraci soli jsme vynesli do grafu 3. Proložili jsme ji lineární funkcí $\rho = aw + b$ a vyšlo nám

$$a = (780 \pm 20) \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3},$$

$$b = (985 \pm 2) \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}.$$



Obr. 3: Naměřená závislost hustoty roztoku na koncentraci soli v porovnání s tabulkovými hodnotami.

Diskuze

V grafu 3 můžeme porovnat tabulková data s naměřenými hodnotami. Vidíme, že námi naměřené hodnoty netvoří krásnou přímku, avšak závislost proložená pomocí metody nejmenších čtverců se podobá teoretické předpovědi.

Tab. 2: Naměřené hodnoty h na stupnici hustoměru pro různé hmotnosti rozpuštěné soli m_s .
Z nich jsme spočítali hustoty roztoků ρ a jejich koncentrace w pomocí vztahů (3) a (4).

$\frac{m_s}{\text{g}}$	$\frac{h}{\text{cm}}$	$\frac{w}{\%}$	$\frac{\rho}{\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}}$
0	18,75	0,0	992
5	18,60	1,0	1 000
10	18,50	2,0	1 005
15	18,35	2,9	1 012
20	18,35	3,8	1 012
25	18,25	4,8	1 018
30	18,10	5,7	1 026
35	18,00	6,5	1 031
40	17,95	7,4	1 034
45	17,90	8,3	1 037
50	17,75	9,1	1 045
55	17,55	9,9	1 056
60	17,30	10,7	1 070
65	17,05	11,5	1 085
70	17,00	12,3	1 088
75	16,95	13,0	1 091
80	16,90	13,8	1 094
85	16,85	14,5	1 097
90	16,80	15,3	1 101
95	16,70	16,0	1 107
100	16,50	16,7	1 119
105	16,50	17,4	1 119
110	16,30	18,0	1 132
116	16,25	18,8	1 136
122	16,20	19,6	1 139
128	16,15	20,4	1 142
134	16,10	21,1	1 146
140	16,00	21,9	1 152

Vidíme, že hustoty solných roztoků vypočtené z naměřených dat jsou obecně nižší než teoretické hodnoty. To může být způsobeno tím, že ne všechna sůl se rozpustila (hromádka na dně zmíněná v sekci *Měření*). Malé množství nerozpuštěné soli by mohlo vysvětlit rozdíl mezi referenčními hodnotami a naším experimentem. Tento vliv však nemůžeme kvantifikovat, protože jsme neměřili velikost hromádky nerozpuštěné soli (bylo by to velmi obtížné).

Další z možných jevů, které mohly způsobit podhodnocení experimentálních výsledků vzhledem k tabulkovým, je závislost hustoty na teplotě. Tabulkové hodnoty totiž platí pro solné roztoky při teplotě 20°C. Teplotu jsme sice neměřili, odhadujeme však, že byla vyšší než 20°C, přibližně mezi 20 a 25°C. Vyšší teplota vyústí v nižší hustotu roztoku. Malá změna teploty sice nemůže vysvětlit celý pozorovaný rozdíl, může být však jedním z vlivů, které jej způsobily.

Teplota roztoku se při rozpouštění soli sama zvyšuje, protože se přitom uvolňuje energie⁵ asi $H = 3,88 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Odchytky naměřených hodnot od lineární závislosti přičítáme hlavně nedokonalosti hustoměru a nepřesnostem v odečítání ze stupnice. Toto odčítání navíc komplikovalo povrchové napětí, které okolo hustoměru vytvářelo meniskus, jehož výška navíc závisela na koncentraci soli. Při ponoření hustoměru na něj působil tlak vody, což mohlo dutou trubici a vzduch v ní stlačit a tím zmenšit její objem. Náš hustoměr byl ale z poměrně tvrdého plastu, proto nepředpokládáme, že by tento efekt měl výraznější vliv na výsledky našeho měření.

Závěr

Hustotu solného roztoku ρ v závislosti na koncentraci soli w jsme v intervalu $w \in \langle 0, 0, 22 \rangle$ určili jako $\rho = ((779 \pm 20)w + (985 \pm 2)) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Jindřich Jelínek
jjelinek@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

⁵Jde o tzv. solvatační entalpii <https://www.toppr.com/bytes/hydration-energy/>