

Úloha I.4 ... disco koule

7 bodů; průměr 3,49; řešilo 59 studentů

Bylo nebylo, Mišo chtěl uspořádat největší párty vůbec. K tomu je ale potřeba pořádná disco koule, a tak si nechal Měsíc obložit zrcadly, čímž z něj udělal největší disco kouli, která měla odrážet světlo od Slunce. Je zřejmé, jak párty dopadla, ale nás zajímá nejmenší možný rozdíl magnitud Slunce a disco koule při pohledu ze Země. Matěj to rozjel na plné koule.

Mišo zmenil Mesiác na guľové zrkadlo. Ak si v prvom priblížení Slnko predstavíme ako bodový zdroj svetla v nekonečne, nezáleží na vzdialenosti Mesiaca a Zeme od Slnka. Situáciu si teda môžeme predstaviť ako guľové zrkadlo osvetlené (takmer) rovnomerne slnečným svetlom, okolo ktorého hľadáme najviac osvetlené miesto vo vzdialenosti Zep-Mesiác od neho.

Guľové zrkadlo zrejme odráža najviac svetla dopredu naspäť ku zdroju žiarenia. Bude nás preto zaujímať situácia v splne. Je však dôležité podotknúť, že ak by boli všetky tri telesá presne na jednej priamke, nastane zatmenie Mesiaca. Pre náš výpočet ale nie je veľký rozdiel medzi polohou tesne vedľa tieňa a polohou na priamke, ak tienenie Zeme nebudeme uvažovať.

Slnko sa v zrkadle zobrazí (podľa zobrazovacej rovnice pre $a_1 \gg f$ v paraxiálnej aproximácii) v polovici vzdialenosti medzi stredom Mesiaca a bodom na jeho povrchu najbližšie k Zemi. Navyše bude obraz Slnka extrémne zmenšený, takmer bodový. Na úrovni obežnej dráhy Zeme Slnko dodáva tok energie $F_0 = 1360 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. Po odraze od zrkadla sa bude tok zmenšovať ako pri bodovom zdroji $F \propto x^{-2}$. Vzdialenosť povrchu Mesiaca od obrazu zdroja v zrkadle je

$$a_2 = \frac{r_M}{2},$$

kde $r_M = 1737 \text{ km}$ je polomer Mesiaca. Vzdialenosť od zdroja k povrchu Zeme je približne

$$s = R - a_2 - r_Z,$$

kde $R = 356 \cdot 10^3 \text{ km}$ je vzdialenosť stredov Zeme a Mesiaca v perigeu¹ a $R_Z = 6378 \text{ km}$ je polomer Zeme. Tok energie od odrazu na povrchu Zeme teda máme ako

$$F = F_0 \left(\frac{a_2}{s} \right)^2.$$

Rozdiel zdanlivých magnitud (jasností) Δm je definovaný pomocou Pogsonovej rovnice ako

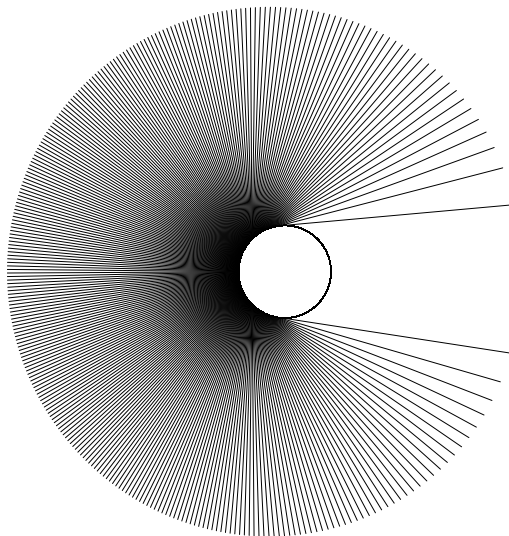
$$\Delta m = m_1 - m_2 = -2,5 \log_{10} \left(\frac{F_1}{F_2} \right).$$

Po dosadení F a F_0 za toky dostávame

$$\Delta m = -2,5 \log_{10} \left(\frac{F}{F_0} \right) = 5 \log_{10} \left(\frac{s}{a_2} \right) = 13,0 \text{ mag}.$$

Zdanlivá jasnosť Slnka je $-26,7 \text{ mag}$, čo dáva jasnosť odrazu $-13,7 \text{ magnitud}$. To je asi o jednu hviezdnu veľkosť jasnejšie ako Mesiác v splne v perigeu.

¹Zaujíma nás najmenší možný rozdiel magnitud Slnka a jeho odrazu, odraz je najjasnejší keď je k nám Mesiác najbližšie.



Obr. 1: Rovnobežné lúče po odraze od guľového zrkadla

Poznámky k došlým řešením

Väčšina riešiteľov sa pokúšala úlohu riešiť tak, že vypočítala množstvo energie dopadajúcej na povrch Mesiaca. Pri tomto výpočte treba použiť plochu πR^2 , nie $2\pi R^2$. Osvetlená je síce polovica povrchu Mesiaca, avšak dodaná energia ide miesto od miesta s kosínom výšky Slnka nad obzorom, celkovo v slnečných lúčoch Mesiac vycloní len svoj prierez. Následne ste predpokladali, že táto energia je vyžiarená rovnomerne do celej, resp. polovičnej sféry. Z obrázku 1 môžeme vidieť ako sa rovnomerne rozložený zväzok rovnobežných lúčov chová po odraze od guľového zrkadla. Celkovo teda takýto postup nevedol k správne riešeniu a zaslúžil si do 5 bodov. V prípade energetickej bilancie, a teda otázky povrchovej teploty, by toto bol správny postup.

Iný prístup k riešeniu zvolila skupina riešiteľov uvažujúca cez albedá. Tu si však treba dať pozor na skutočnosť, že telesá Slnčnej sústavy odrážajú svetlo difúzne. Z tohoto dôvodu sa zavádzajú dve rôzne albedá - geometrické popisujúce jasnosti a Bondovo zamerané na príjem energie telesom, ktoré majú vo všeobecnosti rôzne hodnoty. Práve spôsob odrazu značne komplikuje určovanie jasností aj v praxi². V prípade použitia zrkadla sa bohužiaľ ani jedno nedá priamo použiť.

Na záver by som chcel poznamenať, že správnu „optickú“ cestou sa vydali len 4 riešitelia, pričom pekné, správne a prehľadné riešenie Martina Vavříka ma potešilo, čím si zaslúžil

²Známy je napr. efekt opozície, kedy sú asteroidy jasnejšie, ako by mali byť podľa predpovede

bonusový bod.

Jozef Lipták
liptak.j@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.