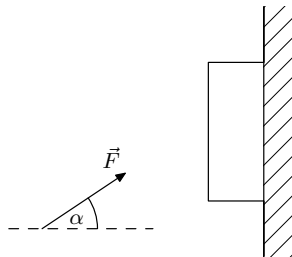


Úloha VI.2 ... knihomol

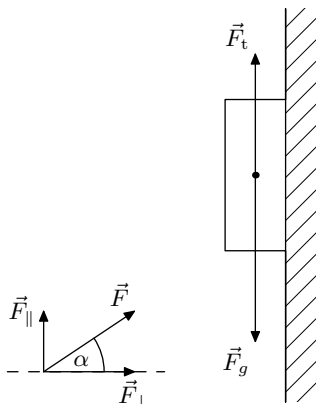
3 body; průměr 2,08; řešilo 36 studentů

Vítek trávil čas v knihovně. Kvůli jeho neobratnosti jedna kniha spadla z regálu a on ji rychlým pohybem ruky stačil přimáčkout ke stěně. Na knihu působí silou F pod úhlem α , viz obrázek. Kniha má hmotnost M a součinitel smykového tření mezi knihou a zdí je μ . Nalezněte podmínku pro sílu, při které kniha zůstane nehybná, a určete hraniční úhel α_0 , po jehož překročení již není možné knihu udržet. Vítek byl v pojezdě knihovně.



Úlohu začneme řešit tak, že si rozmyslíme, jaké síly v systému působí. Vedle tíhové síly knihy zde máme Vítkovu externí sílu F a třecí sílu mezi knihou a zdí. V horizontálním směru nám působí horizontální složka síly F a ve vertikálním směru pak třecí síla, tíhová síla a vertikální složka F .

Nyní diskutujeme velikost třecí síly. Ta je obecně dána vztahem $F_t \leq N\mu$, kde N je normálová



Obr. 1: Rozklad sil.

síla (vzhledem ke stěně). V našem případě je dána součtem všech sil působících v horizontálním směru, tedy pouze horizontální složkou síly F . Z obrázku 1 je patrné, že $F_{\perp} = F \cos \alpha$. Maximální třecí síla potom bude

$$F_t = \mu F \cos \alpha.$$

Chceme, aby kniha zůstala ve vertikální poloze, proto musí silová podmínka ve vertikálním směru vypadat následovně (kladný směr volíme vzhůru)

$$\begin{aligned} F_t + F_{\parallel} - F_g &\geq 0, \\ \mu F \cos \alpha + F \sin \alpha - Mg &\geq 0, \\ F &\geq \frac{Mg}{\mu \cos \alpha + \sin \alpha}. \end{aligned}$$

Nalezli jsme hledanou podmínku pro sílu, úloha se nicméně ptá ještě na hraniční úhel. Můžeme si všimnout, že když pošleme jmenovatel zlomku k nule, síla F půjde do nekonečna. Je zřejmé, že nejsme schopni vyvinout nekonečnou sílu. K nalezení hraničního úhlu tedy stačí položit jmenovatel rovný nule

$$\begin{aligned}\mu \cos \alpha + \sin \alpha &= 0, \\ \operatorname{tg} \alpha &= -\mu, \\ \alpha_0 &= \operatorname{arctg}(-\mu) = -\operatorname{arctg} \mu.\end{aligned}$$

Můžeme si všimnout, že hraniční úhel je vždy záporný.

Vít Beran
vit.beran@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.