

Úloha V.1 . . . procházka u silnice

3 body; průměr 2,28; řešilo 46 studentů

Matěj jde podél silnice konstantní rychlostí a každých 7 minut potká tramvaj, která jede proti němu. Jednou za 10 minut ho mine tramvaj jedoucí opačným směrem. Tramvaje jezdí v obou směrech se stejnou frekvencí. S jakou? *Matěj se procházel.*

Uvažujme, že tramvaje jezdí konstantní rychlostí v s konstantními dráhovými rozestupy s . Jejich perioda tedy je

$$T = \frac{s}{v}.$$

Matějovu rychlost označíme u . Perioda tramvajů jedoucích proti němu bude

$$T_1 = \frac{s}{v + u}. \quad (1)$$

A pro periodu tramvajů jedoucích stejným směrem, jako Matěj jde, platí

$$T_2 = \frac{s}{v - u}. \quad (2)$$

Z (1) si vyjádříme Matějovu rychlost

$$u = \frac{s - T_1 v}{T_1},$$

kteřou dosadíme do (2) a dostáváme

$$\begin{aligned} T_2 &= \frac{s}{v - \frac{s - T_1 v}{T_1}}, \\ T_2 \left(2v - \frac{s}{T_1} \right) &= s, \\ 2v T_2 &= s \left(1 + \frac{T_2}{T_1} \right), \\ T &= \frac{s}{v} = \frac{2T_2}{1 + \frac{T_2}{T_1}} = \frac{2T_1 T_2}{T_1 + T_2} = 8,24 \text{ min}. \end{aligned}$$

Frekvence tramvajů je tedy $f = \frac{1}{T} \doteq 0,121 \text{ min}^{-1} \doteq 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$. Z výsledného vztahu také vyplývá, že f je aritmetickým průměrem obou naměřených frekvencí.

Matěj Mezera
m.mezera@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.