

Úloha III.2 ... efektivní kafe

3 body; průměr 2,51; řešilo 47 studentů

Jsou dvě hodiny v noci a Jáchym si jde uvařit kafe. Na plotýnku, kterou tvoří litinový válec o poloměru r a výšce h , položí konvici s tepelnou kapacitou C_k . Konvice obsahuje vodu o objemu V , která má počáteční teplotu T_v . Zbytek soustavy má počáteční teplotu T_s . Jaká je celková účinnost (tj. poměr energie přijaté vodou ku dodané energii) ohřevu vody z její počáteční teploty na teplotu $T = 100^\circ\text{C}$? Neznámé hodnoty si dohledejte v tabulkách, nebo je odhadněte. Předpokládejte, že děj proběhne tak rychle, že všechny tepelné ztráty můžeme zanedbat. Pro úplnost zadání nechtě $T_s, T_v < T$

Jáchymovi došel energy drink.

Nechtě je hustota litiny ρ_l , její měrná tepelná kapacita je c_l . Celková kapacita soustavy tak je

$$C_s = C_k + \pi r^2 h \rho_l c_l.$$

Při ohřívání vody musíme nutně ohřát i plotýnku s konvicí, k čemuž jim musíme dodat teplo

$$Q_s = C_s (T - T_s) = (C_k + \pi r^2 h \rho_l c_l) (T - T_s).$$

Obdobně pro vodu máme ρ_v a c_v a musíme jí dodat teplo

$$Q_v = V \rho_v c_v (T - T_v).$$

Účinností rozumíme poměr energie, která se využije na ohřev vody, a celkové dodané energie, tedy

$$\eta = \frac{Q_v}{Q_v + Q_s} = \frac{V \rho_v c_v (T - T_v)}{V \rho_v c_v (T - T_v) + (C_k + \pi r^2 h \rho_l c_l) (T - T_s)}.$$

Nyní už jen zbývá dosadit realistické hodnoty. Naše plotýnka má poloměr $r = 10\text{ cm}$ a výšku $h = 2\text{ cm}$. Konvice váží 500 g a je z oceli, její tepelná kapacita tedy je $C_k = 230\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$. Na kafe potřebujeme $V = 250\text{ ml}$ vody. Můžeme předpokládat, že začátku má vše včetně vody teplotu $T_v = T_s = 20^\circ\text{C}$. Měrnou tepelnou kapacitu vody $c_v = 4180\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$ a litiny $c_l = 545\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$, stejně tak jejich hustoty $\rho_v = 1000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a $\rho_l = 7200\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ jsme našli v tabulkách.

Dosazením hodnot do vzorce výše dostáváme odhad pro účinnost ohřevu vody $\eta \doteq 0,28$. Tato nadočekávaní vysoká hodnota je způsobena velkou tepelnou kapacitou vody v porovnání s kovy.

Jáchym Bártík
tuaki@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.