



Obr. 1: Pohled shora na hranol.

Úloha II.3 ... fyzikální trofej

6 bodů; (chybí statistiky)

Danka vyhrála závod v derivování a za odměnu dostala sošku vyrobenou z průhledného materiálu ve tvaru hranolu se čtvercovou podstavou o hraně $a = 5 \text{ cm}$ a výšce $h \leq a$. Ať se dívá, jak se dívá, čelní stěnou nikdy nevidí přes boční stěny skrze trofej, vždy vidí pouze odražené paprsky. Jaký může mít materiál trofeje index lomu? Hranol je umístěn ve vzduchu.

Michala K. okouzliła soška.

Nejdříve se zamysleme nad tím, co se nám zadání snaží říct. Na bočních stěnách vidíme jenom odraz, tudíž jsme schopni vidět jen paprsky přicházející z protilehlé stěny (ať už přímo nebo odrazem).

To nutně implikuje, že paprsek se musí na boční stěně absolutně odrazit. Označíme-li úhel dopadu na první rozhraní (ve směru od pozorovatele) jako α a úhel lomu jako β , pak na prvním rozhraní píšeme Snellův zákon

$$n_0 \sin \alpha = n \sin \beta,$$

kde n_0 je index lomu vzduchu a n index lomu hranolu. Z toho pro absolutní odraz na boční stěně dostaneme

$$n \sin \left(\frac{\pi}{2} - \beta \right) = n \cos \beta \geq 1. \quad (1)$$

Nyní nalezneme největší možný úhel β . V rovnici výše nastává rovnost právě pro největší úhel β , označme ho β_0 . Tomuto úhlu odpovídá i největší úhel α_0 a to v případě případě, když jsou paprsky téměř rovnoběžné s povrchem hranolu, takže $\alpha_0 = \pi/2$. Na prvním, resp. na druhém rozhraní platí

$$n \sin \beta_0 = n_0 \sin \frac{\pi}{2} = 1,$$

$$n \cos \beta_0 = n_0 \sin \frac{\pi}{2} = 1,$$

kde jsme při úpravách položili index lomu vzduchu roven 1. Sinus a kosinus úhlu β se rovnají a tedy

$$\beta_0 = \frac{\pi}{4}.$$

V posledním kroku dosadíme do (1) maximální β_0 , z čehož pro index lomu hranolu dostaneme $n \geq \sqrt{2}$.

Vít Beran
vit.beran@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.