

**Úloha IV.E . . . lahvované povrchové napětí** 8 bodů; průměr 5,20; řešilo 30 studentů

Máme válcovou nádobu, ve které vytvoříme z boku kruhový otvor. Nalijeme do ní vodu. Voda bude postupně vytékat, ale v nějaké výšce nad otvorem se výtok vody z nádoby zastaví. Určete povrchové napětí vody na základě změřené výšky nad otvorem, ve které se hladina zastaví. Pokus několikrát opakujte, a to alespoň se třemi různě velkými otvory. Jako válec může posloužit vhodná PET lahev. *Karel se inspiroval tím, co říkal Vojta Žák, že dělá na kroužku fyziky.*

*Teorie*

Podívejme se na začátek, kde se povrchové napětí vody vlastně bere a co to je. V kapalině jsou molekuly v mnohem menších vzájemných vzdálenostech než v plynu, takže v blízkosti dané molekuly je dostatečný počet dalších molekul, které na ni působí přitažlivými silami, které vyvolávají nezanedbatelný kohezní tlak. Pokud si vezmeme situaci, kdy máme molekulu kapaliny ve větší hloubce pod volným povrchem, počet molekul kolem této molekuly je poměrně velký a tyto molekuly jsou rovnoměrně rozložené, takže se jejich interakce vzájemně vyruší a výslednice sil je prakticky rovna nule. Pokud se však molekula dostatečně přiblíží povrchu, výslednice sil, jimiž na ni působí ostatní molekuly kapaliny, bude směřovat dovnitř kapaliny kolmo k volnému povrchu. Samozřejmě na ni budou silově působit i molekuly plynu (syté páry nad kapalinou), nicméně hustota kapaliny je obvykle řádově větší než plynu, proto celková výslednice sil bude stále směřovat dovnitř kapaliny. Z toho plyne, že převedení molekuly z vnitřku kapaliny do její povrchové vrstvy je spojeno s vykonáním práce proti silám působení ostatních molekul. Takže molekuly na povrchu musí mít větší potenciální energii, kterou nazýváme povrchová energie  $E_p$ . Povrchové napětí můžeme definovat jako práci vnějších sil potřebných k zvětšení plochy vztáženou na změnu plochy, tedy

$$\gamma = \frac{dE_p}{dS}.$$

Případně jako přitažlivou sílu molekul  $F$  vztáženou na jednotku délky myšleného řezu povrchem kapaliny  $l$ , tedy

$$\gamma = \frac{dF}{dl}.$$

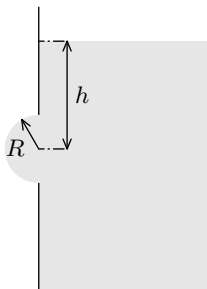
Podíváme-li se na náš experiment (schéma na obrázku 1), pak je zřejmé, že hydrostatická síla, respektive hydrostatický tlak vody bude nutit kapalinu vytékat bočním otvorem ven. Povrchové napětí naopak bude působit soudržnost kapaliny a bránit jejímu odtékání.

Vně nádoby je atmosferický tlak  $p_a$ . Tlak v hloubce  $h$  pod hladinou kapaliny je roven součtu atmosferického a hydrostatického tlaku, tedy  $p_a + h\rho g$ , kde  $\rho$  je hustota kapaliny a  $g$  je tíhové zrychlení. Pro rozdíl tlaků  $\Delta p$  na rozhraní dvou tekutin za rovnovážného stavu platí Youngova-Laplaceova rovnice

$$\Delta p = \gamma \left( \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y} \right), \quad (1)$$

kde  $\gamma$  je povrchové napětí a poloměry křivosti rozhraní jsou  $R_x$  a  $R_y$ . Dále budeme předpokládat, že  $R_x = R_y = R$ , tedy že povrch kapaliny má tvar kulového vrchlíku o poloměru  $R$ . Z obrázku 1 vidíme, že poloměr křivosti rozhraní  $R$  bude vždy větší nebo roven (v případě, že má povrch tvar polokoule) než poloměr otvoru  $d/2$ , tedy z rovnice (1) dostáváme nerovnici  $\Delta p \leq 4\gamma/d$ . Po dosazení za  $\Delta p$  již můžeme získat vztah pro povrchové napětí

$$\gamma \geq \frac{h\rho g d}{4},$$



Obr. 1: Nákres.

přičemž dále budeme předpokládat, že povrch kapaliny má přesně tvar polokoule.

Je dobré myslet na to, že povrchové napětí je poměrně výrazně závislé na teplotě. Pro pokus proto byla použita voda s pokojovou teplotou, která činila přibližně 20 °C, pro kterou by povrchové napětí vody mělo<sup>1</sup> být asi 0,073 N·m<sup>-1</sup>. Hustota destilované vody při této teplotě činí asi 998 kg·m<sup>-3</sup>, jelikož však stejně máme kohoutkovou vodu, spokojíme se pro výpočet se zaokrouhlenější hodnotou 1 000 kg·m<sup>-3</sup>.

### Experiment

Pro experiment byla použita PET láhev, jak doporučuje zadání. Do ní byl jehlou vytvořen otvor. Jehla byla v příslušné šířce označena a její průměr zde byl změřen posuvným měřítkem, tento průměr byl posléze považován za průměr otvoru  $d$ .

Do láhve byla nalita voda do dostatečné výšky nad otvorem a nechala se volně odtékat až do předpokládaného vyrovnání tlaků, respektive zastavení odtékání. A poté byla pomocí pravítka s dílkou po 0,5 mm změřena výška hladiny  $h$  od středu otvoru po dolní hranu menisku hladiny. Měření bylo provedeno pro celkem čtyři různé průměry otvoru  $d$ , pro každý bylo opakováno pětkrát (pro nejmenší otvor trvalo jedno měření poměrně dost dlouho, větší počet opakování by tedy byl časově náročný).

Pro větší otvory a větší míru naplnění PET láhve šlo dobře pozorovat klesající rychlost vytékání vody (snižující se spolu s hydrostatickým tlakem) – její proud se postupně více a více přibližoval PET lahvi až nakonec tekla už pouze po ní.

### Výsledky a diskuze

V tabulce 1 jsou zaznamenány naměřené výšky hladin  $h$  spolu s průměrnou výškou  $\bar{h}$  pro každý z otvorů s nejistotou určenou jako kombinovaná nejistota nejistoty typu A (určené jako výběrová směrodatná odchylka násobená kvantilem Studentova rozdělení pro daný počet měření) a nejistoty typu B (polovina nejmenšího dílku pravítka), šířka otvoru  $d$  a dopočítané povrchové napětí  $\gamma$ , přičemž nejistota  $\Delta\gamma$  povrchového napětí  $\gamma$  byla určena pomocí zákona šíření nejistot

$$\Delta\gamma = \sqrt{\left(\frac{\partial\gamma}{\partial h}\Delta h\right)^2 + \left(\frac{\partial\gamma}{\partial d}\Delta d\right)^2} = \frac{1}{4}\sqrt{(ggh\Delta h)^2 + (hg\Delta d)^2},$$

<sup>1</sup><http://www.converter.cz/tabulky/povrchove-napeti.htm>

Tabulka 1: Naměřené výšky hladin  $h$ , průměrná hodnota výšek  $\bar{h}$ , průměr otvorů  $d$  a vypočtené povrchové napětí vody  $\gamma$  pro čtyři různé průměry otvoru  $d$ .

$\frac{d}{\text{mm}}$	$h$		$\bar{h}$		$\frac{\gamma}{\text{N}\cdot\text{m}^{-1}}$		
$\text{mm}$	$\text{mm}$	$\text{mm}$	$\text{mm}$	$\text{mm}$			
$0,4 \pm 0,1$	18,0	17,5	17,0	18,5	18,0	$17,8 \pm 0,9$	$0,017 \pm 0,004$
$0,7 \pm 0,1$	10,0	11,0	11,0	10,5	10,0	$10,5 \pm 0,8$	$0,018 \pm 0,003$
$1,0 \pm 0,1$	8,5	7,5	8,0	8,5	8,5	$8,2 \pm 0,6$	$0,020 \pm 0,003$
$1,3 \pm 0,1$	5,5	5,5	5,5	6,0	6,0	$5,7 \pm 0,3$	$0,018 \pm 0,002$

kde  $\Delta h$  je nejistota hloubky  $h$ ,  $\Delta d$  je nejistota průměru otvoru  $d$  a  $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$  i hustotu vody považujeme za konstanty.

Vidíme, že získané hodnoty povrchového napětí jsou přibližně čtyřikrát menší, jež je tabulková hodnota, kterou bychom u vody dané teploty očekávali.

Důvodem je pravděpodobně hlavně to, že experiment je sice vhodnou demonstrací důsledků povrchového napětí kapalin (všechna voda nad otvorem neodtéká, i když má kudy), ale nehodí se pro jeho kvantifikaci. Zásadním problémem je nejspíše právě to, že vodu necháváme odtékat, takže není statická a dochází k proudění, neměříme tedy situaci při vyrovnání tlaků, tak jak bychom čekali. Vhodnější by mohlo být naopak nechat kapalinu velmi pomalu natékat hadičkou u dna a hodnotit, kam hladina vystoupí, neboť takto bychom omezili víření kapaliny. Dalšími příčinami podhodnocených výsledků mohou být například neideálnost otvoru, nebo to, že kapka nemusí držet v otvoru, ale může jej překrývat, skutečný poloměr je poté větší, což také vede k menším hodnotám povrchového napětí. Poslední zmíněný jev bychom mohli odstranit zvětšením otvoru, avšak v příliš velkých otvorech se utvoří pouze mírně zakřivená blána, jejíž poloměr křivosti je i násobně větší než poloměr otvoru, což opět vede k velkým nepřesnostem při stanovení povrchového napětí.

Skutečné hodnotě se výrazněji nepřiblížíme, ani když zohledníme nejistoty měření, čili celý interval, ve kterém by se hodnota povrchového napětí měla nacházet. Je to dáno tím, že nejistoty měření hodnotí především přesnost, s jakou jsme něco měřili, nicméně prakticky jsme neměřili to, co jsme předpokládali.

### Závěr

V našem experimentu jsme mohli pozorovat důsledky povrchového napětí. Získané hodnoty povrchového napětí převážně pod  $0,020 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$  jsou však výrazně menší, než by měly pro vodu s pokojovou teplotou být. Na závěr je tedy nutné říct, že experiment pro určení hodnoty povrchového napětí kapalin není vhodně navržen.

*Kristína Nešporová*  
kiki@fykos.cz

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.