

Úloha IV.3 ... racek

4 body; průměr 3,26; řešilo 61 studentů

Naproti sobě plují dvě lodě, první rychlostí $u_1 = 4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a druhá rychlostí $u_2 = 6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Ve chvíli, kdy jsou od sebe vzdáleny $s_0 = 50 \text{ km}$, vzlétne z první lodi racek a letí směrem ke druhé. Letí proti větru, jeho rychlost je $v_1 = 20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Když dorazí k druhé lodi, obrátí se a letí zpět, nyní po větru rychlostí $v_2 = 30 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Takto létá tak dlouho, dokud se obě lodi nesetkají. Jakou celkovou dráhu racek urazí?

Mirek vylepšoval úlohy pro ZŠ.

Úlohu vyřešíme v soustavě první lodi (rackovy „domovské“ lodi). Z pohledu této soustavy se druhá loď přibližuje rychlostí o velikosti $w = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, racek vylétává rychlostí o velikosti $w_1 = 16 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a vrací se rychlostí o velikosti $w_2 = 34 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Jelikož racek letí přesně polovinu své cesty rychlostí w_1 a polovinu rychlostí w_2 , je jeho průměrná rychlost na všech úsecích „tam a zpět“ stejná a rovna

$$\bar{w} = 2 \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}.$$

Jelikož víme, že druhá loď dorazí k první za čas $t = s_0/w$, můžeme (z definice průměrné rychlosti) pro celkovou dráhu, kterou racek ve vztažené soustavě spojené s lodí urazí, psát

$$x_{\text{lod}} = \bar{w}t = 2 \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2} \frac{s_0}{w}.$$

Číselně pak máme $x_{\text{lod}} \doteq 109 \text{ km}$. Ač se zdá, že jsme v cíli, opravdu nesmíme na tomto místě zapomenout, že se pořád nacházíme v soustavě první lodi, ve které racek nalétá jinou vzdálenost než v soustavě, ve které máme zadané původní rychlosti¹. Vzdálenost, kterou racek uletěl vzhledem k původní soustavě, potom zřejmě bude rovna $x = x_{\text{lod}} + u_1(T_1 - T_2)$, kde T_2 je celkový čas, po který se racek k první lodi přibližuje a T_1 je celkový čas, po který se racek od první lodi vzdaluje. Zároveň ale víme, že $T_1 + T_2 = s_0/w$ a $T_1/T_2 = w_2/w_1$, takže můžeme přímočaře vyjádřit $T_{1,2}$ a psát

$$x = \left(2 \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2} + u_1 \frac{w_2 - w_1}{w_1 + w_2} \right) \frac{s_0}{w}.$$

Číselně pak máme $x = 116 \text{ km}$.

Kuba Vošmera
kuba@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

¹Triviálně, i kdyby racek v soustavě lodi seděl na místě, z hlediska původní soustavy se bude pohybovat rychlostí u_1 .