

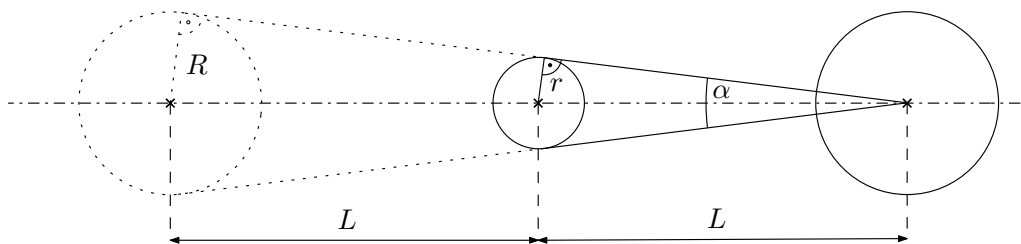
Úloha III.1 ... zatmění

2 body; průměr 1,66; řešilo 53 studentů

Kolem hvězdy obíhá po kruhové dráze planeta a kolem ní obíhá taktéž po kruhové dráze měsíc, a to v rovině jejího oběhu. Víme, že při zatmění slunce je úhlová velikost měsíce stejná jako úhlová velikost slunce, pozorováno z planety (tj. měsíc slunce přesně zakryje). Dále ještě víme, že při zatmění měsíce naopak planeta přesně zakryje měsíc. Určete, jaký je poměr poloměrů planety R a měsíce r , jestliže je vzdálenost planety od hvězdy mnohem větší než vzdálenost měsíce od planety L a ta je zase řádově větší než rozměry R , r .

Mírek prohledával archivy Всероссийской астрономической олимпиады.

Podstatou úlohy je nakreslit si s využitím údajů ze zadání vhodný obrázek, z něž bude hodnota hledaného poměru ihned patrná. Jelikož jsou dráhy planety i měsíce přesně kruhové a leží v jedné rovině, lze geometrii obou případů zatmění popsat z této roviny v pohledu kolmém na spojnici slunce – planeta – měsíc.



Obr. 1: Zatmění slunce (plná čára) a zatmění měsíce (tečkovaná čára).

Dále víme, že rozměry planety a měsíce jsou zanedbatelné vůči jejich vzájemné vzdálenosti. V případě zatmění slunce tedy můžeme nakreslit stínový kužel měsíce tak, že jeho vrchol leží ve středu planety. Úhel u vrcholu označme α . Poloměr měsíce pak můžeme vyjádřit pomocí úhlu α a vzdálenosti L jako

$$r = L \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right). \quad (1)$$

Druhou situaci, zatmění měsíce, můžeme nakreslit do stejného obrázku tak, že zafixujeme polohu měsíce a planetu nakreslíme v opačné poloze. Úhlová velikost hvězdy se tímto zjednodušením změní pouze zanedbatelně, protože její vzdálenost od planety je mnohem větší než L . Potom je vrcholový úhel stínového kuželu planety přibližně roven vrcholovému úhlu stínového kužele měsíce a tyto dva kužely, resp. trojúhelníky, v obrázku splynou. Pak vyjádříme poloměr planety

$$R \approx 2L \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (2)$$

a ze vztahů (1) a (2) již velmi přímočaře plyne

$$R \approx 2r.$$

Poloměr planety tedy musí být přibližně roven dvojnásobku poloměru její družice. Výše popsany geometrický rozbor je znázorněn na obrázku 1.

Miroslav Hanzelka
mirek@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.