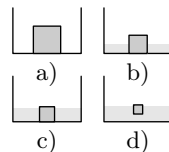


## Úloha I.4 ... kostka v bazénu

4 body; průměr 2,94; řešilo 122 studentů

Na dně prázdného bazénu s dnem plochy  $S$  leží ledová kostka (z vody) o hraně délky  $a$ . Kostka se rozpouští ze všech stran stejnoměrně tak, že si je stále podobná. Jaká její část se rozpustí, než začne plovat?

Lukáš koukal na zamrzlou Bílinu.



Pýtáme sa na stav v rovnováhe, tj. kedy je vztlaková sila pôsobiaca na kocku rovnako veľká ako tiaž kocky. Označme teda pôvodný objem kocky ako  $a^3$ , nový objem v stave rovnováhy ako  $b^3$ . Voda s hustotou  $\rho_v$  siaha kocke s hranou  $b$  a hustotou  $\rho_l$  do výšky  $h$ . Archimédov zákon vraví, že vztlaková sila pôsobiaca na kocku je rovná tiaži hmotnosti vody kockou vytlačенou

$$\rho_v h b^2 = \rho_l b^3 \quad \Rightarrow \quad h = \frac{\rho_l}{\rho_v} b. \quad (1)$$

Vidíme teda, že kocka sa začne vznášať až sa dostane pod hladinu približne 90 % jej objemu.

Všetka voda v bazéne plochy  $S$  okolo kocky vzišla z objemu ľadu  $a^3 - b^3$ . Platí teda

$$a^3 - b^3 = \frac{\rho_v}{\rho_l} (S - b^2) h,$$

kde s využitím rovnice (1) dostávame

$$a^3 - b^3 = S b - b^3,$$

z čoho je zrejmé, že rozpustená časť kocky je rovná

$$\frac{a^3 - b^3}{a^3} = 1 - \frac{b^3}{a^3} = 1 - \frac{a^6}{S^3}.$$

Patrílo by sa povedať, že kocka neleží úplne na dne bazéna alebo napríklad, že predpokladáme, že dno bazéna nie je dokonale rovné a pod kockou sa nachádza tenká vrstvička vody. Ak by totiž ležala kocka priamo na dne, tak hydrostatický tlak na dolnej podstave by bol nulový a hydrostatický tlak na hornej podstave by kocku tlačil neustále nadol, čím by sa od dna neodlepila vôbec.

**Radomír Gajdošoci**  
radomir@fykos.cz

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.