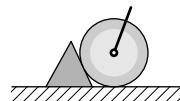


## Úloha V.4 ... zašpalkovat

4 body; průměr 2,14; řešilo 21 studentů

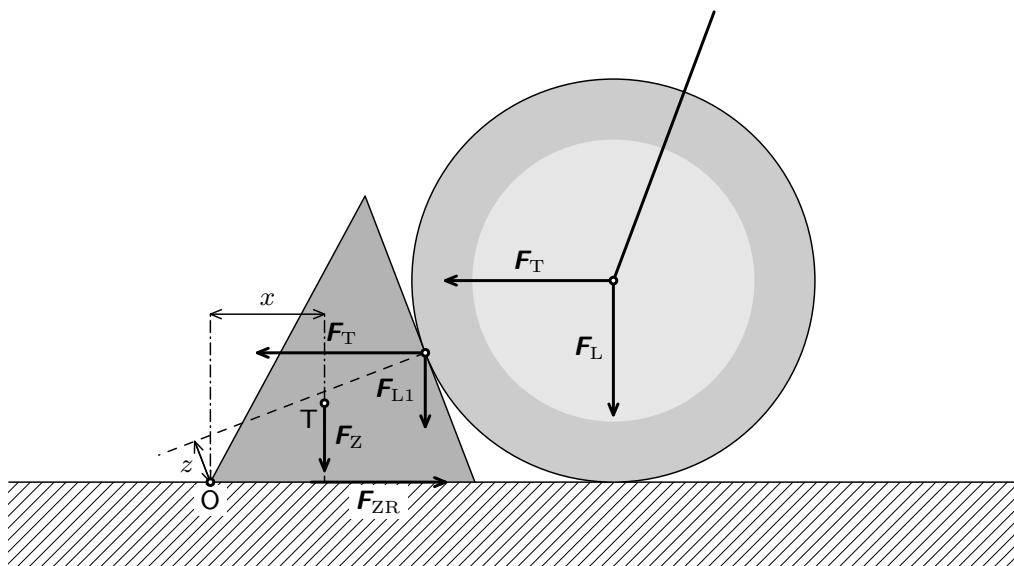
Může zašpalkované letadlo pustit motory na zemi na plný tah a zůstat na místě? Pokuste se o obecné vyjádření uvažující různé materiály kola, špaluku i podlahy. Změní se to, bude-li špalek vysoký akorát na dotek kola?

Michal obdivoval letiště.



Celá úloha je o hledání všech možných zásadních vlivů na zastavení pohybu kola, takže si musíme určit faktory, které budou celou situaci ovlivňovat.

V úloze použijeme tyto veličiny: tíhovou sílu letadla  $F_L$ , tahovou sílu  $F_T$ , tíhovou sílu špaluku  $F_Z$ , úhel  $\alpha_1$ , který určuje naklonění roviny špaluku, úhel  $\alpha_2$ , který je druhým úhlem špaluku při rovině, a konečně koeficient smykového tření mezi špalkem a ranvejí  $f_{ZR}$ . Dále u kola bychom mohli zavést konstantu pro rameno valivého odporu závisující na materiálu kola a ranveje, avšak jejich vliv je oproti ostatním zanedbatelný, neboť  $r_k/\zeta \sim 0,01$ , kde  $\zeta$  je užito pro rameno valivého odporu a  $r_k$  pro poloměr kola.



Obr. 1: Rozkreslení sil

Také by asi bylo správné si říct několik předpokladů: letadlo má tryskový pohon nebo přední vrtuli a nepoužívá motory umístěné v kolech. Letadlo má těžiště dostatečně vzadu, aby se nepřevrátilo. A samozřejmě neuvažujeme Harrier.

Jako první vyšetříme stabilitu klínu a letadla. Na obrázku máme zobrazeny síly. Z rozložení sil můžeme určit první třecí sílu  $T_{ZR}$  působící mezi ranvejí a špalkem

$$T_{ZR} = F_T,$$

kde jsme zanedbali sílu valivého odporu letadla. Tyto síly působí v opačných směrech  $x$ -ové osy. Ještě je třeba uvažovat tíhovou sílu letadla  $F_L$ , která ve statickém případě nemá vliv na

tření klínu (působila by na klín v případě pohybu letadla po klínu). My bychom chtěli, aby se letadlo nepohybovalo po klínu, tedy výsledná část svislé síly musí být kolmá na styčnou plochu klínu. Pro naši podmínku musí platit, že část tíhové síly působící jako tlaková síla na klín se rovná

$$F_{L1} = F_T \operatorname{tg} \alpha_1,$$

kde jsme užili značení  $F_{L1}$  pro tlakovou část na klín. Zbytek tíhové síly je tlaková síla působící na ranvej a ta je kompenzována ranvejí.

Díky tomu získáváme novou podmínku pro třecí sílu

$$F_T \leq f(F_Z + F_T \operatorname{tg} \alpha_1) \quad \Rightarrow \quad F_T \leq \frac{f}{1 - f \operatorname{tg} \alpha_1} F_Z.$$

Z této rovnosti se už lehce vyjádří podmínka pro  $F_T$ . Nakonec ještě musíme zajistit, aby náhodou nedošlo k tomu, že by letadlo klín přejelo – tedy obě rozdělené tíhové síly musí být kladné. Z toho vyplývá podmínka

$$F_T \operatorname{tg} \alpha_1 \leq F_L \quad \Rightarrow \quad F_T \leq \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_1} F_L.$$

Je třeba si uvědomit, jak už bylo řečeno, že třecí sílu způsobenou valivým odporem zanedbáváme.

Další podmínka stability je spojena s velikostí momentu vůči vrcholu u bodu  $\alpha_2$ . Pro tento moment budeme požadovat, aby platila rovnost

$$0 \geq M = z \frac{F_T}{\sin \alpha_1} - x F_Z \quad \Rightarrow \quad F_T \leq \frac{x \sin \alpha_1}{z} F_Z,$$

kde  $x$  a  $y$  jsou souřadnice těžiště klínu vůči vrcholu a  $z$  je kolmá vzdálenost bodu dotyku kola s klínem od bodu otáčení. Zde můžeme také vidět účel úhlu  $\alpha_2$ , který by pro větší stabilitu měl být co nejmenší, a tím zajistit kladnou velikost  $x$ -ové souřadnice. Všechny tyto podmínky musí být splněny k tomu, aby nedošlo k převrácení, přeizení nebo podklouznutí.

Kdyby se letadlo pouze dotýkalo nejvyššího bodu špalku (což je mnohem bližší reálné situaci, kdy se špalky tvarují tak, aby do nich kolo zapadlo, resp. mohlo se v nich protáčet), pak zde máme pouze působení momentů. Předpokládejme, že špalek splňuje všechny podmínky ke stabilitě. Pak můžeme říct, že na to, aby se kolo převrátilo okolo vrcholu špalku, by mělo stačit „přemoci“ moment způsobený tíhovou silou, kde můžeme psát  $F_T y_2 > F_G x_2$ , kde  $x_2$ ,  $y_2$  jsou kolmé vzdálenosti mezi vrcholem dotyku a středem kola.

Co se týče materiálů, je asi jasné, že pneumatika kola bude například z materiálu podobnému pryži, pak je rameno valivého odporu pneumatiky na asfaltu okolo<sup>1</sup> 0,0025 až 0,0045 (ale třeba guma na betonu má rameno valivého odporu 0,015 až 0,035, což je o řád vyšší). Pro smykové tření bychom dostali ještě o řád vyšší hodnoty, např. pneumatika na betonu okolo 0,7 až 0,8, a to už by nám mohlo dát jistotu stability letadla. U asfaltu by to bylo 0,55. Otázkou zůstává, z čeho udělat špalek? Člověka asi napadne dřevo, to má na betonu koeficient smykového tření<sup>2</sup> 0,23,

<sup>1</sup><http://www.converter.cz/tabulky/valive-treni.htm>

<sup>2</sup>[http://is.muni.cz/th/199446/pedf\\_m/diplomka.txt](http://is.muni.cz/th/199446/pedf_m/diplomka.txt)

dále se většinou zarážky na letadla dělají z pryže a sem tam se přidává i nějaký kov. Samozřejmě se zarážky opracují tak, aby jejich materiál nebyl hladký, a měl tedy měl větší třecí součinitel.

*Ivo Vinklárek*  
ivo@fykos.cz

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.