

## Úloha I.3 ... Poledníková

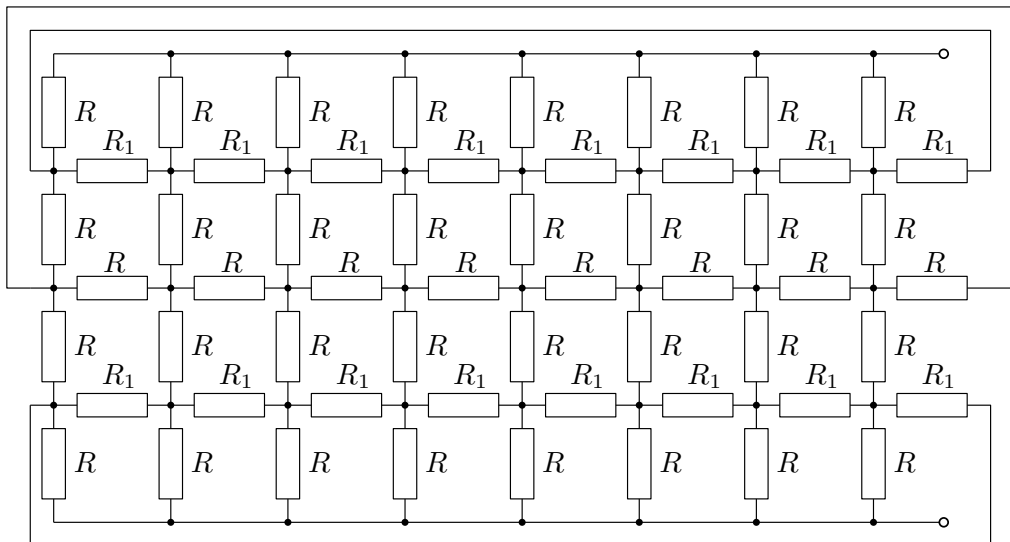
4 body; průměr 2,88; řešilo 80 studentů

Nechť jsou podél poledníků a rovnoběžek natažené dráty, které jsou v místech křížení spojené. Jaký naměříme odpor mezi body sítě, které odpovídají zemským pólům, pokud víte, že odpor jednoho metru drátu je  $\varrho$ ? Poledníky i rovnoběžky uvažujte po  $15^\circ$ .

Bonus Jaký by byl odpor mezi dvěma uzly sítě, které leží na rovníku a naproti sobě?

*Honza Hum. honil Janapku po poledníku.*

Při řešení této úlohy využijeme toho, že neteče-li rezistorem žádný proud, chování obvodu nezáleží na jeho odporu. Tedy je-li na rezistoru nulové napětí, můžeme rezistor z obvodu odstranit nebo jej nahradit vodičem.



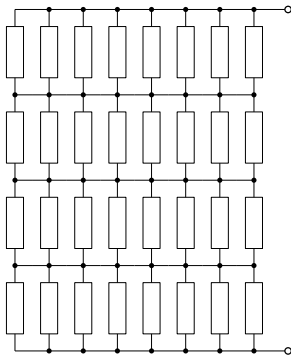
Obr. 1: Překreslené zadání pro úhel  $45^\circ$ .

Pro jednoduchost nakreslíme situaci, kdy jsou poledníky i rovnoběžky po  $45^\circ$ . Sít poledníků a rovnoběžek si překreslíme do obrázku tak, že všechna křížení nahradíme uzly (jelikož jsou dráty v místě spojené) a jednotlivé úseky poledníků a rovnoběžek nakreslíme jako rezistory, viz obrázek 1.

Úseky rovníku mají vždy stejný úhel a poloměr a úseky všech poledníků též, mají tedy všechny stejný odpor, označme jej  $R$ . Odpor úseků rovnoběžek na jedné polokouli je však různý, protože rovnoběžky mají různý poloměr.

Připojíme-li k pólům napětí, proud tekoucí z pólu všemi poledníky musí být stejný, jelikož je celá situace symetrická. Napětí na všech na pólu začínajících úsecích poledníků je tedy podle Ohmova zákona stejné, proto na všech uzlech první rovnoběžky směrem od pólu je stejný potenciál, napětí mezi těmito body je tedy nulové. Proto touto rovnoběžkou neteče žádný proud, můžeme ji tedy nahradit vodičem. Takto postupujeme přes všechny rovnoběžky, až získáme síť rezistorů o odporu  $R$ , viz obrázek 2. Jelikož vodiči, kterými jsme nahradili rovnoběžky, neteče

žádný proud, můžeme je vynechat. Odpor mezi póly tedy bude stejný, jako by dráty byly nataženy pouze podél poledníků.

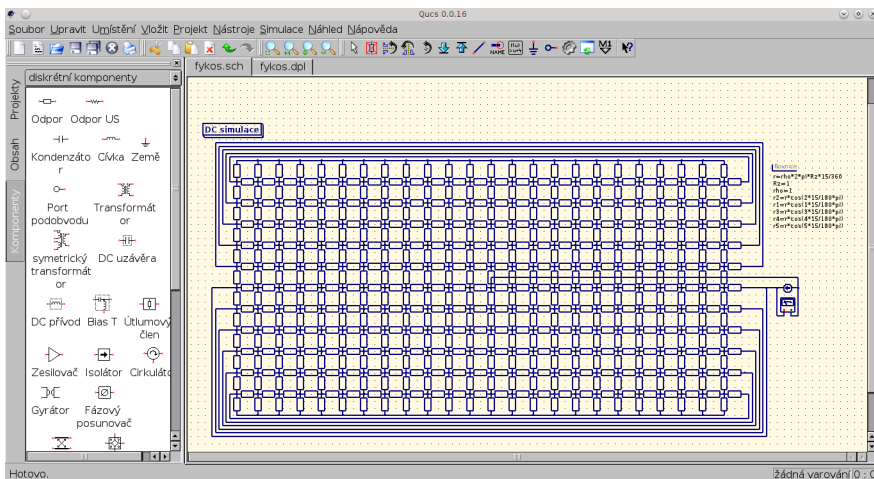


Obr. 2: Rezistory, na kterých je nulové napětí, můžeme nahradit vodiči.

Jsou-li poledníky a rovnoběžky po  $15^\circ$ , pak je celkem 24 poledníků. Je-li poloměr Země  $r$  a měrný elektrický odpor drátu  $\varrho$ , pak odpor jednoho z poledníků je  $\pi r \varrho$ . Odpor 24 paralelně zapojených poledníků je tedy

$$R_Z = \frac{1}{24} \pi r \varrho.$$

Pro vyřešení bonusu můžeme použít např. počítačovou simulaci. Jedním z programů, které toto umožňují, je např. Qucs (viz screenshot na obrázku 3).



Obr. 3: Simulace bonusu programem Qucs.

Do programu překreslíme síť rezistorů a přiřadíme jim odpory. Jestliže  $R = 2\pi\varrho r \cdot 15^\circ/360^\circ$  je odpor jednoho úseku rovníku, pak  $R$  je i odpor každého úseku všech poledníků (mají stejnou

délku i poloměr jako úseky rovniku). Odpor úseku  $i$ -té rovnoběžky od rovniku je pak  $R_i = R \cos(15^\circ i)$ . Z tohoto je zřejmé, že odpor mezi zadanými dvěma body je úměrný měrnému elektrickému odporu drátu  $\rho$  a poloměru Země  $r$ . Jestliže zvolíme obě tyto veličiny jednotkové, pak odpor zjištěný simulací bude číselně právě konstanta úměrnosti, a můžeme tedy i po provedení simulace zapsat hledaný odpor jako funkci měrného elektrického odporu a poloměru Země.

Pokud použitý program neumožňuje přímo měřit odpor, pak použijeme jednoduchý trik: síť připojíme (v požadovaných bodech) k ideálnímu zdroji proudu, na kterém nastavíme proud 1 A, a měříme napětí na něm. Toto napětí ve voltech se pak podle Ohmova zákona číselně rovná odporu mezi danými dvěma body v ohmech.

Zvolili jsme pro simulaci  $\rho = 1 \Omega \cdot \text{m}$  a  $r = 1 \text{ m}$ , pak je dle simulace odpor mezi zadanými dvěma body  $0,2824 \Omega$ . Odpor mezi zadanými dvěma body zeměkoule je číselně tedy

$$R'_Z = 0,2824 \rho r .$$

*Tomáš Píkálek*  
pikos@fykos.cz

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.