

**21. ročník, úloha IV . 1 ... znají včely geometrii?** (4 body; průměr 2,56; řešilo 41 studentů)

Jestliže jste někdy viděli včelí plást, jistě vás upoutala pravidelnost, s jakou je vybudován. V podélném řezu tvoří stěny buňky pravidelný šestiúhelník a buňky jsou k sobě seskupeny tak, že pokrývají celou rovinu plástu.

Proč mají včelí buňky tvar právě šestiúhelníků, a ne například obdélníků nebo pětiúhelníků?  
*Zadal Honza Prachař, inspirován knihou Matematika kolem nás.*

Včely budou pravděpodobně tvořit nějaké pravidelné obrazce, jinak by musely uvažovat, mezi kterými dvěma stěnami vytvořit jaký úhel, aby jim to vycházelo. Také nás budou zajímat jenom rovinné obrazce, neboť včely budou chtít buňkami prolézat, a tedy budou po celé délce buňky potřebovat stejný průřez.

Buňkami by měla jít pokrýt rovina. Kdyby nebylo možné pokrýt obrazcem rovinu, byly by mezi jednotlivými buňkami nevyužitá volná místa a do plástů by se méně vešlo.

Pravidelné rovinné obrazce, kterými lze pokrýt rovinu, jsou tři – trojúhelník, čtverec a šestiúhelník. Konkrétní volbu zřejmě nebude mít na svědomí pouze jeden důvod, ale důvodů vícero, řekněme si alespoň ty nejnápadnější.

Prvním z nich je, že se včely nechtějí zbytečně vysilovat, a zvolí tedy takový obrazec, u kterého spotřebují při výstavbě nejméně materiálu. Snadno vypočteme, že při jednotném obvodu je poměr obsahů mezi rovnostranným trojúhelníkem, čtvercem a pravidelným šestiúhelníkem  $1 : \sqrt{3} : 3$  (uvažujeme pouze pravidelné obrazce, neboť nepravidelné mají poměr obsahu ku obvodu horší), což vypovídá ve prospěch šestiúhelníku.

Dalším důvodem bude to, že se v buňkách líhnou larvy a larvy mají kruhový průřez, tedy by bylo vhodné, aby měly buňky tvar co nejvíce podobný kruhu, aby okolo larev nebylo mnoho volného místa. Toto také splňuje šestiúhelník (uvážíme-li, v duchu první podmínky, pouze obrazce, kterými lze vydláždít rovinu).

Šestiúhelníkové buňky jsou navíc pevnější než čtvercové, protože ve čtvercových by síla působila jenom na svislé přepážky, kdežto u šestiúhelníkových je síla částečně odváděna i do stran.

Také je zajímavé si uvědomit, jak vlastně vypadá včelí oko – je složené z malých šestiúhelníčků. Jistě se nabízí otázka, nakolik tato skutečnost ovlivňuje tvar buněk.

Nejčastější chybou v došlých řešeních bylo, že někteří z vás sice správně uvedli, že zvoleným tvarem musí jít pokrýt rovina, ale už zapomněli zdůvodnit, proč by to tak mělo být.



Obr. 1. Včelka  
Mája a Vilík

*Jan Jelínek*

[jjan@fykos.mff.cuni.cz](mailto:jjan@fykos.mff.cuni.cz)