

21. ročník, úloha II. 2 ... z moklé autičko (3 body; průměr 1,71; řešilo 24 studentů)

Navrhněte sklon a tvar předního skla automobilu tak, aby z něj kapky dešťové vody při rychlosti auta 80 km/h nestékaly dolů, ale do stran. Ověřte, zda váš výsledek odpovídá skutečnosti. Co dalšího určuje sklon čelního skla?

Nad problémem se zamýšlel Honza Prachař při jízdě autem během průřezu.

Než se vrhneme na počítání, podívejme se, jaké aproximace během našich výpočtů použijeme. Budeme se zabývat pouze „velkými“ kapkami. Drobné kapičky ze skla vůbec nestékají. To je způsobeno adhezními silami na rozhraní voda–sklo. Pro větší kapky na mokré skle nebudeme tyto síly uvažovat.

Dále pro určení některých vztahů a tabelovaných konstant budeme kapku považovat za kouli. To je sice nemalé zjednodušení, ale tvar větších kapek se kouli vzdáleně blíží.

Největší problém je stanovení rychlosti vzduchu v těsném okolí předního skla. Proudění tekutin podél tak složitých tvarů, jako jsou karoserie aut, je velice složitý problém, který se nedá řešit analyticky. Měření ukazují, že v blízkosti skla je velikost rychlosti vzduchu menší než velikost rychlosti auta. Směr proudění vzduchu samozřejmě kopíruje tvar skla. Budeme předpokládat lineární závislost rychlosti vzduchu na rychlosti auta (což je ve shodě s experimentem), tedy $v_{vz} = kv$, kde v_{vz} je velikost rychlosti vzduchu vůči kapece, v je rychlost auta a k je empirický koeficient. Ten obecně závisí i na sklonu předního skla. Aby naše úloha byla řešitelná, považujeme ostatní vlivy za rozhodující a berme k nezávislé na sklonu čelního skla α .

Když jsme si vyjasnili použité aproximace, podívejme se na problém samotný. Aby kapky nestékaly po skle dolů, musí být síla, která u stojícího auta stékání způsobuje (tedy gravitace), vyrovnána silou opačného směru, vznikající při pohybu auta (odpor vzduchu)

$$F = F_o. \quad (1)$$

Složka tíhové síly, která působí rovnoběžně se sklem, má tvar

$$F = mg \sin \alpha. \quad (2)$$

Pro hmotnost kapky m platí $m = \rho_v V$, kde ρ_v je hustota vody a V je objem kapky.

Odporovou sílu vypočteme použitím Newtonova vzorce pro odpor prostředí (v našem případě vzduchu)

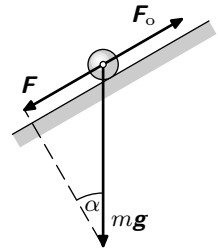
$$F_o = \frac{1}{2} C S \rho_{vz} v_{vz}^2 = \frac{1}{2} C S \rho_{vz} (vk)^2, \quad (3)$$

kde C je součinitel odporu, S průřez vystavený proudění a ρ_{vz} hustota vzduchu. Nyní dosadíme z (2) a (3) do rovnice (1) a upravíme

$$\sin \alpha = \frac{C S \rho_{vz} (vk)^2}{2g \rho_v V}.$$

Nyní využijeme dříve ospravedlněné vztahy pro kouli $S = \pi r^2$ a $V = \frac{4}{3} \pi r^3$. Tím dostaneme

$$\sin \alpha = \frac{3C \rho_{vz} (vk)^2}{8g \rho_v r}.$$



Obr. 1. Síly působící na kapičku

Pro hodnoty $C = 0,48$, $v = 22,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $k = 0,5$, $\rho_{\text{vz}} = 1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $r = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ (takovýto poloměr kapky si zvolilo i velké množství řešitelů), $\rho_{\text{v}} = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ dostáváme $\alpha \doteq 36^\circ$. To by odpovídalo skutečnému sklonu předního skla u aut. Tento výsledek jsme dostali, protože jsme vzali $k = 0,5$. O tomto koeficientu ve skutečnosti nic nevíme, takže jde jen o náhodu. Vzhledem k tomu, kolik zanedbání a přibližných vztahů jsme použili, nemůžeme žádné konkrétní výsledky považovat za věrohodné.

Nakonec se podívejme na druhou část úlohy. Aby kapky stékaly do stran, musí být přední sklo vypouklé. Odporová síla, vyvolaná proudem vzduchu, bude působit i do stran. Na úhlu α a tvaru (především zaoblenosti hran) předního skla závisí též součinitel odporu celého auta. Fyzikální vlastnosti však nejsou jediným hlediskem při návrzích karosérií. Významnou (často určující) roli hrají též designéři automobilových koncernů.

Daniel Šimsa

`daniel@fykos.mff.cuni.cz`