

**19. ročník, úloha I. 2 ... Baník, slečno** (4 body; průměr 3,02; řešilo 65 studentů)

Fanoušci Baníku jeli do Prahy na Spartu. Policisté však byli po špatných zkušenostech připraveni a do vagonu nainstalovali vodní dělo.

Na půli cesty, když vlak zrovna stál v České Třebové, baníkovci začali demolovat vybavení vagonu (jenž váží 30 t). Policisté nechali dotyčný vagon odpojit a briskně využili své zbraně. Za minutu na fanoušky vystříkali tisícilitrovou nádrž. O jakou vzdálenost proto popojel vagon dlouhý 30 m?

Předpokládejte, že vagon je odbrzděný a že voda z vagonu může vytékat pouze ve svislém směru. Změnu hmotnosti vagonu způsobenou odtokem vody můžete zanedbat.

*Zázitek Honzy Prachaře, když se vracel vlakem domů.*

Správné, krátké a výstižné řešení nám poslal *Jan Jelínek*. Celková hybnost se zachovává, a proto se vagon bude pohybovat rychlostí rovnou  $1/30$  rychlosti vody a za stejný čas urazí  $1/30$  vzdálenosti vody. Urazí tedy 1 metr.

Rozeberme si teď podrobněji, co se děje při stříkání vody z děla na druhou stranu vagonu. V první řadě si určíme podmínky, za jakých budeme příklad řešit. Jakékoliv tření zanedbáváme. Rychlost vody je mnohem větší než rychlost vagonu, proto budeme předpokládat, že voda stříká z nehybného děla (i když to se ve skutečnosti pohybuje spolu s pohybujičím se vagonem). A také dráhu, kterou urazí voda, než doletí na konec vagonu, budeme pokládat za délku vagonu, ačkoliv se vagon zatím posunul proti směru letu vody a tím zmenšil její skutečnou dráhu.

Vyjdeme z první impulzové věty (v tomto případě konkrétně ze zákona zachování celkové hybnosti soustavy vagon–voda). Celý děj se sestává ze tří částí:

1. Nejprve voda stříká z děla, ale ještě nedorazila na druhý konec vagonu, a tak mu uděluje stejnou hybnost, jakou má ona, jenomže opačného směru.
2. V druhé fázi voda stříká z děla a v tomtéž okamžiku dopadá voda na druhou stranu vagonu stejnou rychlostí, a tedy hybnost vagonu uděluje, ale tutéž mu současně odebírá. V této fázi nenastává změna hybnosti vagonu.
3. Ve třetí fázi voda ještě dopadá na druhou stranu vagonu, ale už nestříká z děla, a tudíž jenom odebírá vagonu hybnost.

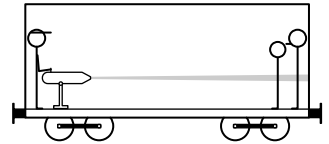
Voda stříká z děla rychlostí  $v$ . Délku vagonu  $l$  tedy proletí za čas  $t = l/v$ . Je-li objemový průtok vody  $Q$ , hmotnost vody, která ještě nedosáhne druhé strany vagonu, je  $m = Qqt = Qql/v$ . Ze zákona zachování hybnosti musí být hybnost této vody rovná hybnosti vagonu (o hmotnosti  $M$ ) na konci první fáze, kdy bude mít rychlost  $w$ . Platí

$$mv = Mw \quad \Rightarrow \quad Qql = Mw.$$

Pro rychlost vagonu na konci první fáze tedy máme

$$w = \frac{Qql}{M}. \quad (1)$$

Jelikož voda působí na vagon stálou silou, je jeho zrychlení konstantní a v průběhu první fáze urazí vagon dráhu  $s_1 = \frac{1}{2}at^2$ .



Obr. 1

Ve třetí fázi, která je s první symetrická, vagón zpomaluje se zrychlením  $-a$  a již má rychlost  $v_2$  (která se mu během druhé fáze nezměnila). Vagón projede dráhu

$$s_3 = wt - \frac{1}{2}at^2.$$

Celý pohyb trval vagónu dobu  $T = 1$  min. Druhá fáze trvala dobu  $T - 2t$ , kdy se hybnost vagónu neměnila a jel rovnoměrnou rychlostí  $w$ . Urazil dráhu  $s_2 = w(T - 2t)$ . Celkovou dráhu dostaneme, když sečteme tyto tři dráhy.

$$s = s_1 + s_2 + s_3 = \frac{1}{2}at^2 + w(T - 2t) + wt - \frac{1}{2}at^2 = w(T - t).$$

Za předpokladu, že doba  $t$  je proti celkové době  $T$  zanedbatelně malá, a po dosazení za  $w$  z (1) dostáváme

$$s = \frac{QT\varrho l}{M},$$

kde  $QT = 1 \text{ m}^3$  je celkový objem vystříkané vody. Po dosazení zadaných hodnot dostáváme  $s = 1$  m. Vagón popojede o jeden metr.

Většina řešitelů vypočítala tento příklad správně, buď užitím tohoto postupu, nebo úvahou, že hmotný střed soustavy, na který nepůsobí žádná nesvislá vnější síla, se během děje nijak nepohne. Někteří to počítali i bez zanedbání, které jsme provedli na začátku my.

Řešitelé, kteří nedošli ke správnému výsledku, většinou předpokládali, že soustava, na kterou nepůsobí vnější síly, se nehýbe. Jenomže když rybář v loďce, na kterou nepůsobí žádné (vodorovné) síly, přejde na její druhý konec, hmotný střed soustavy rybáře a loďky se nepohne (neboť na něj nic nepůsobí), a právě proto se loďka vzhledem k vnějšímu pozorovateli pohne, aby vykompenzovala pohyb rybáře uvnitř loďky.

Neboli rybář procházející se s jistou hybností loďkou uděluje loďce hybnost opačného směru (tím, že se nohama odráží od loďky) a loďka se vzhledem k vnějšímu pozorovateli pohne.

*Daniel Božík & Ján Lalinský*

ksi3CD@gmail.com, jlalinsky@zoznam.sk